

## Задача маршрутизації міжбанківських фінансових зобов'язань

Вячеслав Корольов<sup>1</sup>, Максим Огурцов<sup>2</sup>, Олександр Ходзінський<sup>3</sup>

<sup>1</sup> к. т. н., с.н.с. Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, просп. Глушкова, 40, к. 801, 03680, Київ, e-mail: [korolev.academ@gmail.com](mailto:korolev.academ@gmail.com)

<sup>2</sup> науковий співробітник ІК НАНУ, e-mail: [maksymogurtsov@gmail.com](mailto:maksymogurtsov@gmail.com)

<sup>3</sup> к. ф-м. н., с.н.с., ІК НАНУ, e-mail: [okhodz@gmail.com](mailto:okhodz@gmail.com)

*Проблему прискорення міжвалютних переказів та взаємних заліків між банками при зростанні кількості національних електронних грошей, криптовалют та загального обсягу фінансових трансакцій можна розглядати як спеціальну задачу маршрутизації. Час розв'язування цього класу задач комбінаторної оптимізації можна суттєво скоротити при застосуванні гібридних квантово-класичних хмарних сервісів та евристичних алгоритмів, які знаходять наближені розв'язки. Для порівняння швидкості розв'язування задачі комівояжера для повнозв'язного графу з 105 вершинами виконано чисельні експерименти на гібридному сервісі фірми D-Wave алгоритмом квантового відпау та алгоритмами з бібліотеки networkx. Розроблені алгоритми маршрутизації забезпечують наближене розв'язування задач комівояжера чи задач маршрутизації транспортних засобів на квантових комп'ютерах D-Wave за прийнятний час.*

**Ключові слова:** фінансові операції, маршрутизація, оптимізація транзакцій, квантові обчислення, хмарний сервіс

**Вступ.** Комбінаторна оптимізація широко використовується нині у різних сферах, зокрема, у логістиці, фармацевтиці, біоінформатиці, а також у фінансовій сфері. Розвиток гібридних квантово-класичних обчислень дозволив прискорити розв'язування багатьох відомих задач на графах, нині важливим аспектом є їх застосування в сфері міжбанківських фінансових зобов'язань.

**Метою** даної роботи є змістовна постановка проблем оптимальної маршрутизації для фінансових взаємних заліків як спеціальної задачі комбінаторної оптимізації та дослідження можливостей розв'язування цієї задачі на квантових комп'ютерах.

### 1. Змістовна постановка задачі маршрутизації для фінансових взаємних заліків

Розглянемо ідею зменшення мережевих взаємних розрахунків між банками, що оперують валютами та цінними паперами. Наприклад, банк №1 заборгував банку №2 10 мільйонів доларів, а банк №2 винний банку №1 дев'ять мільйонів доларів. Зрозуміло, що можна зробити взаємний залік і переказати по мережі один

мільйон доларів, тобто скоротити (оптимізувати) потоки електронних грошей. Така задача не надто ускладнюється навіть, якщо використовуються, наприклад, три валюти: долар США, британський фунт та євро.

Втім, коли відбувається перехід до транскордонної торгівлі, валют стає набагато більше, і задача оптимізації потоків стає вже обчислювально складною. Наведемо деяку статистику по системі MasterCard, щоб зрозуміти масштаб мережі і складність задачі. MasterCard працює в 210 країнах в 150 валютах, зараз випущено майже 3 мільярди пластикових карт. По цих картах циркулює більше шести трильйонів доларів і користувачі карток та різні установи хочуть, щоб перекази виконувались в реальному масштабі часу, наприклад, за п'ять секунд, що визначає час на розв'язування задачі взаємних записів між банками [1, 2].

Задача зменшення міжбанківських переказів може зводитись до задачі маршрутизації, яка розглядається у комбінаторній оптимізації (КО). Тобто банки можна розглядати як пункти доставки, які пропонують або потребують різні види валюти; швидкість виконання банками транзакцій – це час доставки товарів транспортними засобами; кількість одночасних переказів – кількість транспортних засобів. Крім часу на вартість шляху впливає вартість послуг переказів, які беруть банки та податки, що збирає держава, де зареєстрований банк або фінансова установа. Для MasterCard основним обмеженням є час виконання і підтвердження транзакції [2]. Класичний підхід до транзакцій через долар не завжди вирішує питання, що і спричиняє потребу у застосуванні алгоритмів оптимальної маршрутизації.

Таким чином, задачу поставки конкретному банку певного обсягу обраної валюти з встановленими обмеженнями по часу можна подати у вигляді спеціальної задачі маршрутизації з обмеженнями.

## **2. Постановка задачі балансування ліквідності у вигляді задачі КО**

Розглянемо постановку задачі з точки зору одного банку. До кінця робочого дня Банк має закрити розрахунки з іншими фінансовими установами (далі – Партнери), яким Банк винен певну суму (від'ємні борги) – або які винні певну суму Банку (додатні). При цьому як Банк, так і кожен Партнер має обмежену кількість грошей на рахунку (рис. 3а). Між Банком та кожним Партнером (та в будь-якої пари Партнерів) є фіксована комісія на пересилання грошей, результат множення якої на об'єм переводу грошей можна вважати вартістю маршруту.

Очевидним варіантом розв'язання задачі є послідовний розрахунок з кожним з Партнерів. Але при цьому може виникнути ситуація, коли в Банка (чи Партнера) недостатньо грошей на рахунку для успішного розрахунку. До того ж в цьому випадку матимемо максимальні комісії за пересилання грошей – максимальну вартість маршруту. Тому пропонується цю задачу розбити на дві підзадачі: перша включатиме виконання взаємозаліків між Партнерами, друга – фінальний розрахунок з Банком. При цьому не кожна пара Партнерів обов'язково мають прямі відносини – тож матимемо ряд заборонених маршрутів. Додаткові обмеження будуть викликані часовими вікнами роботи Банку та кожного з Партнерів, що можуть значно відрізнитись через різні часові пояси.

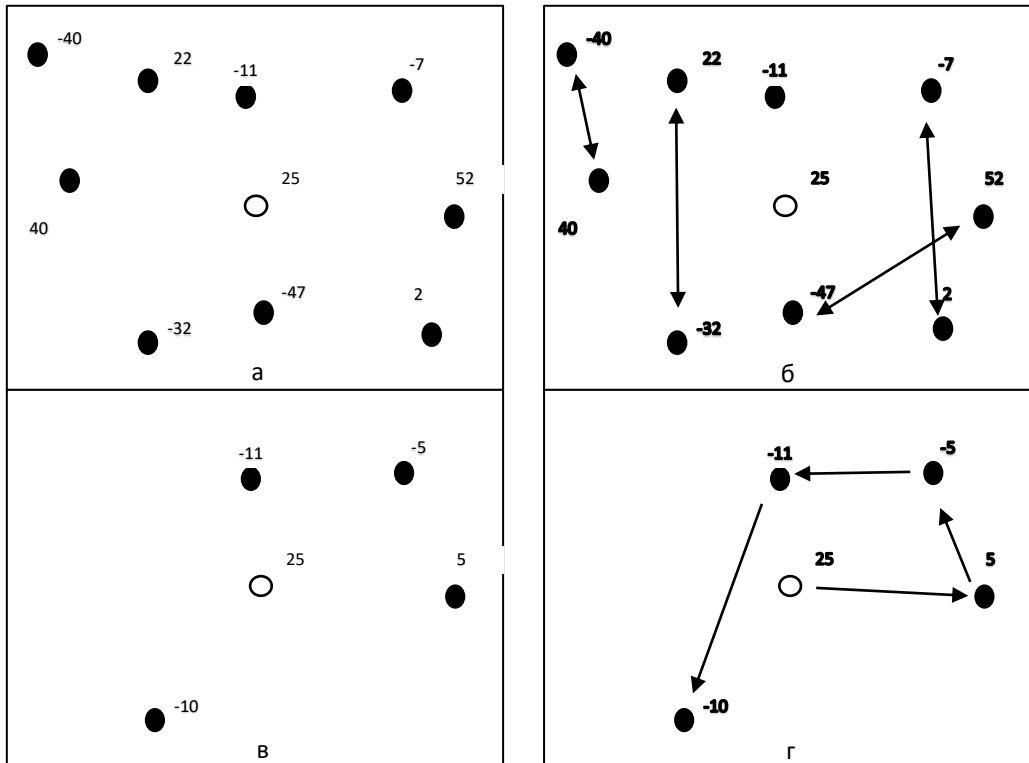


Рис. 3. Балансування ліквідності банку у вигляді задачі КО

В поточній постановці перша підзадача може розв'язуватись, наприклад, шляхом сортування боргів перед Банком та визначення найбільш близьких додатних та від'ємних боргів для виконання взаємного заліку (рис. 3б), враховуючи заборонені маршрути. При цьому певні Партнери, борг яких повністю закривається на цьому кроці, можуть бути виключені з другої підзадачі (рис 3в).

Далі слід розв'язати другу підзадачу, побудувавши послідовність розрахунків (маршрут) з Партнерами, що залишились (рис 3г), мінімізуючи загальну вартість маршруту та враховуючи часові вікна. Окрім комісії за переказ, яка залежить від обсягу грошей, що переводяться, в Банку також присутня й фіксована комісія за кожну операцію, тому розрахунок з кожним Партнером слід виконувати за одну операцію (жодна точка не може бути відвідана більше ніж один раз). Таким чином другу підзадачу було зведено до задачі комівояжера з часовими вікнами та додатковими обмеженнями. Більш складні постановки задачі, що включатимуть потреби кількох банків одночасно, можуть відповідно бути перетворені та подані у вигляді, близькому до відомих задач маршрутизації транспортних засобів (Vehicle Routing Problem – VRP) [2]. Розглянемо, як подібні задачі можуть розв'язуватися з використанням квантово-класичних обчислень.

3. Застосування гібридних хмарних сервісів до розв'язування тестової задачі

Для порівняння швидкості розв'язування задачі комівояжера для повнозв'язного графу зі 105 вершинами виконано обчислювальні експерименти на гібридному сервісі фірми D-Wave з використанням алгоритму квантового відпалу та алгоритмами з бібліотеки networkx [4] (табл. 1).

Таблиця 1

Час розв'язування задачі комівояжера на традиційному комп'ютері та на гібридному квантово-класичному хмарному сервісі для випадкового повнозв'язного графу зі 105 вершинами

№	Назва алгоритму	Час виконання, сек
1	Квантовий відпал на гібр. кв.-клас.	$34.7277 \times 10^{-3}$
2	Жадібний алгоритм	0.002748
3	Алгоритм christofides	0.109148
4	Алгоритм traveling_salesman_problem	0.766987
5	Пороговий алгоритм зі початком від жадібного	0.188068
6	Алгоритм відпалу (на тому ж сервері без КК)	0.219865

**Висновки.** Виконано змістовну постановку задачі маршрутизації для фінансових взаємних заліків як спеціальної задачі КО. Проаналізовано особливості та складності, що виникають при взаємних заліках фінансових установ, включаючи транскордонні та мультивалютні операції.

Задачу балансування ліквідності банку розбито на дві підзадачі. Перша підзадача КО враховуватиме доступні можливості взаємозаліків між банківськими установами-партнерами з урахуванням можливої відсутності прямих взаємовідносин від ними. Другу підзадачу зведено до задачі КО – задачі комівояжера з додатковими обмеженнями.

Сучасні квантові комп'ютери [1] можуть провадити обчислювання в алгоритмах лише з обмеженою глибиною квантової схеми (кількістю зв'язків між кубітами) за обмежену кількість кроків. Розроблені фірмою D-wave алгоритми маршрутизації забезпечують наближене розв'язування задач комівояжера чи задач маршрутизації транспортних засобів на квантових комп'ютерах D-Wave приблизно за 30 мілісекунд. Алгоритми VRP/CVRP зі складними обмеженнями можуть не знайти розв'язок або надати розв'язок з втраченими пунктами відвідування, що є наслідком обмеженої глибини квантової схеми та технологічної недосконалості квантового комп'ютера адіабатичного типу.

Проведені (для повнозв'язного графу зі 105 вершинами) обчислювальні експерименти показали, що розв'язування задачі комівояжера за допомогою гібридного квантово-класичного хмарного сервісу D-wave може дозволити отримати розв'язки задачі з меншим, ніж 5-6% відхиленням від оптимального значення функції вартості.

## Література

- [1] McMahon C, McGillivray D, Desai A, Rivadeneyra F, Lam JP, Lo T, Marsden D, Skavysh V. Improving the Efficiency of Payments Systems Using Quantum Computing. — arXiv preprint arXiv:2209.15392, 2022. (звернення 02.02.2023) <https://arxiv.org/abs/2209.15392>
- [2] Доповідь з науково-прикладної конференції розробника квантових комп'ютерів D-Wave 19-21 січня 2023. Quantum in Finance – MasterCard (звернення 02.02.2023) [https://www.youtube.com/watch?v=ihWLf\\_ywgmg](https://www.youtube.com/watch?v=ihWLf_ywgmg)
- [3] Huliannytskyi L.F., Korolyov V.Yu., Khodzinskyi O.M. Solving the Problem of Vehicle Routing on Modern Quantum-Classical Cloud Services. *Selected Papers of the VIII International Scientific Conference "Information Technology and Implementation" (IT&I-2021). Conference Proceedings*, Kyiv, Ukraine, December 01-03, 2021. p. 281-289. [https://ceur-ws.org/Vol-3132/Short\\_9.pdf](https://ceur-ws.org/Vol-3132/Short_9.pdf)
- [4] Hagberg A, Conway D. Networkx: Network analysis with python. — 2020 <https://networkx.github.io>

## The interbank financial obligations routing problem

Vyacheslav Korolyov, Maksym Ogurtsov, Oleksandr Khodzinskyi

*The problem of speeding up cross-currency transfers and mutual settlements between banks with the increasing amount of national electronic currencies, cryptocurrencies, and the overall volume of financial transactions can be considered as a routing problem. The solving time of this class of combinatorial optimization problems can be significantly reduced by using hybrid quantum-classical cloud services and heuristic algorithms, which provide approximate solutions for such problems. Numerical experiments were conducted on a hybrid service provided by the company D-Wave using the quantum annealing algorithm and algorithms from the networkx library to compare the speed of solving the traveling salesman problem for a fully connected graph with 105 vertices. The developed routing algorithms provide an approximate solution to TSP or VRP problems on D-Wave quantum computers in approximately 30 milliseconds.*

Отримано 31.03.23