

УДК 517.958: 532.72

О. Ю. Чернуха^{1,2}, А. Є. Чучвара^{1,2}✉

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ДИФУЗІЇ У ДВОФАЗНІЙ СМУЗІ З ВИПАДКОВО РОЗМІЩЕНИМИ КУЛЬОВИМИ ВКЛЮЧЕННЯМИ, ЗОСЕРЕДЖЕНИМИ БІЛЯ ГРАНИЦЬ ТІЛА. І. ПОБУДОВА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ

Побудовано математичну модель дифузії домішкової речовини у двофазному тілі з кульовими включеннями, розміщеними біля границь тіла, за неідеальних умов контакту функції концентрації на міжфазних границях. З використанням рівняння нормалі до поверхні кульового включення отримано рівняння дифузії для тіла в цілому, записано умови контакту та одержано інтегро-диференціальне рівняння Вольтерра – Гаммерштейна з випадковим ядром. Розв'язок цього рівняння знайдено методом послідовних ітерацій у вигляді ряду Неймана. Проведено усереднення випадкового поля концентрації за часткових випадків бета-розподілу включень, що описують структуру з найбільш імовірним розміщенням включень біля границь тіла. Отримано розрахункові формули для обчислення концентрацій частинок домішкової речовини у двофазному тілі з кульовими включеннями.

Ключові слова: дифузія, домішкова речовина, випадково неоднорідна структура, кульове включення, ймовірнісний бета-розподіл, неідеальна умова контакту, інтегро-диференціальне рівняння Вольтерра – Гаммерштейна, ряд Неймана.

MODELING DIFFUSION PROCESSES IN A TWO-PHASE STRIP WITH RANDOMLY DISTRIBUTED SPHERICAL INCLUSIONS LOCATED NEAR BOUNDARIES OF THE BODY. I. CONSTRUCTION OF THE MATHEMATICAL MODEL

The mathematical model of the diffusion of an admixtures in a two-phase body with spherical inclusions located near the boundaries of the body under imperfect contact conditions of the concentration at the interphase boundaries is constructed. Using the equation of the normal to the surface of a spherical inclusion the diffusion equation for the whole body is derived, the contact conditions are written and the Volterra – Hammerstein integro-differential equation the kernel of which is a random function is obtained. The solution of this equation is found by the method of successive iterations in the form of the Neumann series. Averaging of the random concentration field is carried out for particular cases of the beta-distribution of inclusions, which describe the structure with the most probable location of inclusions near the boundaries of the body. The calculation formulae for the concentration calculation of particles of the admixture substance in the two-phase body with spherical inclusions are obtained.

Key words: diffusion, admixture substance, randomly inhomogeneous structure, spherical inclusion, stochastic beta-distribution, imperfect contact condition, Volterra – Hammerstein integro-differential equation, Neumann series.

¹ Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів,

Одержано
05.11.22

² Нац. ун-т «Львів. політехніка», Львів