

УДК 539.3

Т. В. Шматко✉

## КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ФУНКЦІОНАЛЬНО-ГРАДІЄНТНИХ СЕНДВІЧ-ПЛАСТИН І ПОЛОГИХ ОБОЛОНОК СКЛАДНОЇ ФОРМИ НА ПРУЖНІЙ ОСНОВІ

Розглядається задача про згин тришарової пологої оболонки, що опирається на пружну основу, при дії поперечного навантаження. Припускається, що нижній і верхній шари виготовлені з функціонально-градієнтних матеріалів, а заповнювач – з ізотропного матеріалу (метал або кераміка). Для математичного моделювання задачі використано уточнену теорію пластин першого порядку типу Тимошенка, яка враховує деформації згину. Пружна основа оболонки моделюється двопараметричною моделлю типу Пастернака. Ефективні пружні властивості функціонально-градієнтних матеріалів змінюються за степеневим законом. Запропонований алгоритм розв'язання задач згину базується на використанні теорії  $R$ -функцій і варіаційного методу Рітца. Створене програмне забезпечення, що реалізує запропонований підхід, апробовано на тестових задачах для прямокутних пластин і пологих оболонок з різними схемами укладання шарів і різними характеристиками пружної основи. Ефективність методу продемонстровано на прикладі оболонки з шестикутним отвором і круглими вирізами на сторонах. Розглянуто різні умови закріплення отвору та зовнішнього контуру оболонки. Вивчено вплив градієнтного індексу та характеристик пружної основи на величину максимального прогину. Отримані результати подано у вигляді таблиць і графіків та використано для дослідження функціонально-градієнтних пластин і пологих оболонок на пружній основі зі складною формою плану.

**Ключові слова:** згин, функціонально-градієнтний матеріал, сендвіч-пластини, пологі оболонки, пружна основа, теорія  $R$ -функцій, варіаційний метод Рітца.

## COMPUTER SIMULATION OF STRESS STRAIN STATE OF FUNCTIONALLY GRADED SANDWICH PLATES AND SHALLOW SHELLS OF THE COMPLEX SHAPE RESTING ON ELASTIC FOUNDATION

The bending problem of a three-layer shallow shell on an elastic foundation under the action of a transverse loading is considered. It is assumed that the bottom and top layers are made of functionally graded materials, and the filler is made of isotropic material (metal or ceramic). For mathematical modeling of the problem the Timoshenko-type refined theory of the first order of plates that takes into account shear deformation is used. The elastic foundation of the shell is modeled by a two-parameter Pasternak-type model. The effective elastic properties of functionally graded materials are varied by the power law. The proposed algorithm for determining the stress strain state of the shell during bending is based on the Ritz variational method and the  $R$ -functions theory. Created software that implements the proposed approach is approved on the test problems for rectangular plates with various layering schemes and various characteristics of an elastic foundation. The efficiency and versatility of the method is demonstrated by the example of a shell with a hexagonal hole and round cutouts on the sides. Various conditions of fastening the hole and the outer contour of the shell are considered. The influence of the gradient index and characteristics of the elastic foundation on the value of the maximum deflection is studied. The results obtained are presented in the form of tables and graphs and are used to study plates and shallow shells with a complex plan shape.

**Key words:** bending, functionally graded material, sandwich plate, shallow shells, elastic foundation,  $R$ -functions theory, Ritz variational method.

Нац. техн. ун-т  
«Харків. політехн. ін-т», Харків

Одержано  
29.03.21

✉ ktv\_ua@yahoo.com