

УДК 512.36

О. В. Гутік<sup>✉</sup>, І. В. Позднякова

## ПРО НАПІВГРУПУ, ПОРОДЖЕНУ РОЗШИРЕНОЮ БІЦИКЛІЧНОЮ НАПІВГРУПОЮ ТА $\omega$ -ЗАМКНЕНОЮ СІМ'ЄЮ

Введено поняття алгебраїчного розширення  $B_{\mathbb{Z}}^{\mathcal{F}}$  розширеної біциклічної напівгрупи для довільної  $\omega$ -замкненої сім'ї  $\mathcal{F}$  підмножин в  $\omega$ . Доведено, що  $B_{\mathbb{Z}}^{\mathcal{F}}$  є комбінаторною інверсною напівгрупою. Описано відношення Гріна, природний частковий порядок на напівгрупі  $B_{\mathbb{Z}}^{\mathcal{F}}$  та її множини ідемпотентів. Знайдено критерії простоти, 0-простоти, біпростоти та 0-біпростоти напівгрупи  $B_{\mathbb{Z}}^{\mathcal{F}}$ , а також, коли напівгрупа  $B_{\mathbb{Z}}^{\mathcal{F}}$  ізоморфна розширеній біциклічній напівгрупі або зліченній напівгрупі матричних одиниць. Доведено, що у випадку, коли сім'я  $\mathcal{F}$  складається з усіх одноточкових підмножин в  $\omega$  та порожньої множини, напівгрупа  $B_{\mathbb{Z}}^{\mathcal{F}}$  є ізоморфною до  $\lambda$ -розширенню Брандта напівгратки  $(\omega, \min)$ .

**Ключові слова:** напівгрупа, розширена біциклічна напівгрупа, розширення.

## ON THE SEMIGROUP WHICH IS GENERATED BY EXTENDED BICYCLIC SEMIGROUP AND $\omega$ -CLOSED FAMILY

The algebraic extension  $B_{\mathbb{Z}}^{\mathcal{F}}$  of the extended bicyclic semigroup is introduced for an arbitrary  $\omega$ -closed family  $\mathcal{F}$  of subsets of  $\omega$ . It is proved that  $B_{\mathbb{Z}}^{\mathcal{F}}$  is a combinatorial inverse semigroup. Green's relations and the natural partial order on the semigroup  $B_{\mathbb{Z}}^{\mathcal{F}}$  and its set of idempotents are described. The criteria of simplicity, 0-simplicity, bi-simplicity, 0-bisimplicity of the semigroup  $B_{\mathbb{Z}}^{\mathcal{F}}$ , and the criterion for  $B_{\mathbb{Z}}^{\mathcal{F}}$  to be isomorphic to the extended bicyclic semigroup or the countable semigroup of matrix units are derived. It is proved that in the case when the family  $\mathcal{F}$  consists of all singletons of  $\omega$  and the empty set, the semigroup  $B_{\mathbb{Z}}^{\mathcal{F}}$  is isomorphic to the Brandt  $\lambda$ -extension of the semilattice  $(\omega, \min)$ .

**Key words:** semigroup, extended bicyclic semigroup, extension.

Львів. нац. ун-т ім. І. Франка, Львів

Одержано  
21.10.20

---

<sup>✉</sup>ogutik@gmail.com