

## ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПОВЕРХНЕВОГО ЗМІЦНЕННЯ ПІВПРОСТОРУ ПРИ ІМПУЛЬСНОМУ ТЕПЛОВОМУ НАВАНТАЖЕННІ З УРАХУВАННЯМ ЗАЛЕЖНОСТЕЙ НЕПРУЖНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ВІД ФАЗОВОГО СКЛАДУ МАТЕРІАЛУ

На основі чисельного моделювання розглядається напружено-деформований стан півпростору з мікроструктурними перетвореннями при імпульсному термічному навантаженні. За матеріал вибрано сталь 35ХМА. Для опису нелінійної поведінки матеріалу використано модель течії Боднера – Партома, узагальнену на випадок багатофазового складу матеріалу. Параметри моделі  $K_0$  та  $K_1$ , що відповідають за границю текучості  $\sigma_{02}$  і тимчасовий опір матеріалу  $\sigma_B$ , залежать від фазового складу. Задачу розв'язано чисельно методом покрокового неявного інтегрування за часом, ітераційним методом і методом скінченних елементів. Встановлено кількісні та якісні оцінки напружено-деформованого стану і зміцнення матеріалу при врахуванні залежностей непружних характеристик від фазового складу матеріалу.

**Ключові слова:** модель течії, мікроструктурні перетворення, метод скінченних елементів, ізотропне зміцнення, імпульсне теплове навантаження.

**Вступ.** Лазерні та променеві технології широко використовуються у сучасному виробництві для виготовлення металевих деталей, підвищення міцності елементів конструкцій і покращення експлуатаційних характеристик виробів. Значний теоретичний і практичний інтерес для оцінки міцності деталей, що опромінюються лазерним імпульсом, викликає дослідження напружено-деформованого та мікроструктурного станів, у тому числі і з урахуванням впливу лазерної обробки на термомеханічні властивості матеріалу [9, 12, 13].

Термічна складова імпульсу викликає швидке підвищення температури та наступне охолодження, що може супроводжуватися мікроструктурними перетвореннями. До таких перетворень належить розпад переохолодженого аустеніту у фази фериту, перліту, бейніту, мартенситу. Фазові перетворення можуть супроводжуватися великими внутрішніми напруженнями і деформуванням матеріалу. Експериментально доведено, що непружні характеристики різних фаз одного і того самого за хімічним складом матеріалу можуть істотно відрізнятися [10]. Поточний і залишковий напружено-деформований стани в матеріалі, що опромінюється тепловим імпульсом, досліджувались у роботах [2, 15], де мікроструктурні перетворення враховуються через об'ємну термотрансформаційну деформацію.

У цій статті на основі чисельного моделювання розглядаються напружено-деформований і мікроструктурний стани півпростору при імпульсному термічному навантаженні. Мікроструктурні перетворення враховуються, по-перше, через термотрансформаційну деформацію, яка враховує зміни об'єму при фазових перетвореннях і зміні температури та входить в об'ємну складову закону Гука, по-друге, через залежності непружних характеристик, зокрема границі текучості та тимчасового опору матеріалу, від мікроструктури. За матеріал вибирається сталь 35ХМА. Фізично нелінійна поведінка матеріалу описується за допомогою моделі течії Боднера – Партома, узагальненої для випадку багатофазового складу матеріалу. Проводиться дослідження механізмів поверхневого зміцнення матеріалу з мікроструктурними перетвореннями.

Задача, яку розглядаємо, має важливе практичне значення, оскільки

---

✉ oksenchuk\_nd@ukr.net

моделюється термічний фактор дії лазерного опромінення поверхні металевих тіл при технологічній обробці, зокрема при наклепі та гартуванні.

**1. Постановка задачі.** Математична постановка осесиметричної задачі термомеханіки в циліндричній системі координат  $Orz\varphi$  включає

– співвідношення Коші:

$$\varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z}, \quad \varepsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad \varepsilon_{\varphi\varphi} = \frac{u_r}{r}, \quad \varepsilon_{rz} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right), \quad (1)$$

– рівняння руху:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} (\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi}) + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} &= \rho \ddot{u}_r, \\ \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \sigma_{rz} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} &= \rho \ddot{u}_z, \end{aligned} \quad (2)$$

– рівняння теплопровідності:

$$c_V \dot{\theta} + 3\alpha\theta K_V (\dot{\varepsilon}_{kk} - 3\alpha\dot{\theta}) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( rk \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) - D' = r_s. \quad (3)$$

У рівняннях (1)–(3) прийнято такі позначення:  $u_r$  та  $u_z$  – компоненти вектора переміщень;  $\varepsilon_{rr}$ ,  $\varepsilon_{zz}$ ,  $\varepsilon_{rz}$ ,  $\varepsilon_{\varphi\varphi}$  – компоненти тензора деформації;  $\sigma_{rr}$ ,  $\sigma_{zz}$ ,  $\sigma_{rz}$  та  $\sigma_{\varphi\varphi}$  – компоненти тензора напружень;  $\rho$  – густина матеріалу;  $K_V$  – модуль об'ємного стиску;  $\dot{\varepsilon}_{kk} = \dot{\varepsilon}_{rr} + \dot{\varepsilon}_{zz} + \dot{\varepsilon}_{\varphi\varphi}$ ;  $D'$  – швидкість дисипації;  $\theta$  – поточна температура;  $c_V$  і  $k$  – об'ємна теплоємність і коефіцієнт теплопровідності;  $r_s$  – потужність заданих внутрішніх джерел тепла.

Постановка задачі включає також початкові умови:

$$u_r = \dot{u}_r = 0, \quad u_z = \dot{u}_z = 0, \quad \theta = \theta_0, \quad t = 0,$$

де  $\theta_0$  – початкова температура.

Розглядаємо півпростір  $z > 0$ ,  $0 < r < \infty$ . Приймаємо, що лише компонента переміщень  $u_z$  є відмінною від нуля, причому  $u_z = u_z(z, t)$ . Також вважаємо, що температура  $\theta = \theta(z, t)$  [14]. При цих припущеннях задача для півпростору еквівалентна задачі для стержня  $0 < r < R$ ,  $z > 0$ , на бічній поверхні якого реалізуються умови жорсткого гладкого контакту та теплоізоляції:

$$u_r = 0, \quad \sigma_{rz} = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial r} = 0, \quad r = R, \quad z > 0, \quad (4)$$

з умовами на поверхні  $z = 0$ :

$$-k \frac{\partial \theta}{\partial z} = \begin{cases} q_0 \sin \frac{\pi}{t_q} t, & t \leq t_q, \\ 0, & t > t_q, \end{cases} \quad \sigma_{zz} = \sigma_{rr} = 0, \quad (5)$$

і початковою умовою

$$u_z = \dot{u}_z = 0 \quad \text{при} \quad t = 0.$$

У рівняннях (4), (5)  $t_q$  – час дії теплового імпульсу;  $q_0$  – заданий параметр навантаження.

Для опису фізично нелінійної поведінки матеріалу типу сталь у широкому інтервалі температур використовуємо модель течії Боднера – Партома, узагальнену для випадку залежностей її параметрів  $K_0$  та  $K_1$ , що відповідають за границю текучості  $\sigma_{02}$  і тимчасовий опір  $\sigma_B$ , від фазового складу матеріалу [5, 8].

Модель включає

– рівняння адитивності деформації:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^{\text{in}} + \varepsilon_{ij}^{\text{0ph}}, \quad i, j = r, z, \varphi, \quad (6)$$

– закон Гука, записаний для девіаторної і кульової частин тензорів напружень і деформацій:

$$s_{ij} = 2G(e_{ij} - \varepsilon_{ij}^{\text{in}}), \quad \sigma_{kk} = 3K_V(\varepsilon_{kk} - \varepsilon_{kk}^{\text{0ph}}), \quad (7)$$

– закон течії Прандтля – Рейса з умовою непружної нестисливості:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{\text{in}} = D_0 \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[ \frac{(\bar{K}_0 + K)^2}{3J_2} \right]^n \right\} \frac{s_{ij}}{\sqrt{J_2}}, \quad \dot{\varepsilon}_{kk}^{\text{in}} = 0, \quad \dot{\varepsilon}_{ij}^{\text{in}}(0) = 0, \quad (8)$$

– рівняння еволюції параметра ізотропного зміцнення:

$$\dot{K} = m_1(\bar{K}_1 - K)\dot{W}^{\text{in}}, \quad K(0) = 0. \quad (9)$$

У рівняннях (6)–(9) позначено:  $G$  – модуль зсуву;  $s_{ij}$ ,  $e_{ij}$  – девіатори тензорів напружень і деформації відповідно,  $s_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma_{kk}/3$ ,  $e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \varepsilon_{kk}\delta_{ij}/3$ ;  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера;  $J_2$  – другий інваріант девіатора тензора напружень,  $J_2 = s_{ij}s_{ij}/2$ ;  $\dot{W}^{\text{in}}$  – непружна потужність,  $\dot{W}^{\text{in}} = \sigma_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij}^{\text{in}}$ ;  $\varepsilon_{ij}^{\text{in}}$ ,  $\varepsilon_{ij}^e$  – непружна та пружна складові тензора деформації;  $D_0$  – граничне значення швидкості непружної деформації при зсуві,  $D_0 = 10^8 \text{ с}^{-1}$ ;  $n$ ,  $m_1$ ,  $K_0$ ,  $K_1$  – параметри моделі течії, що відповідають за границю текучості  $\sigma_{02}$  і тимчасовий опір матеріалу  $\sigma_B$  відповідно;  $\varepsilon_{ij}^{\text{0ph}}$  – термотрансформаційна деформація, котра вказує на зміну об'єму матеріалу при мікроструктурних перетвореннях,  $\varepsilon_{ij}^{\text{0ph}} = \varepsilon^{\text{0ph}}\delta_{ij}$ .

Для багатозфазового складу матеріалу параметри моделі течії визначаються за допомогою лінійного правила сумішей (див., наприклад, [5]):

$$K_0 \rightarrow \bar{K}_0 = K_0^{(\xi)}y_\xi, \quad K_1 \rightarrow \bar{K}_1 = K_1^{(\xi)}y_\xi,$$

де  $y_\xi$  – об'ємні концентрації мікроструктурних фаз  $\xi = a, f, p, b, m$ , де  $a$  – аустеніт,  $f$  – ферит,  $p$  – перліт,  $b$  – бейніт та  $m$  – мартенсит;  $K_0^{(\xi)}$ ,  $K_1^{(\xi)}$  – параметри моделі течії для відповідних фаз  $\xi$ .

Параметри моделі течії  $K_1^{(\xi)}$ ,  $K_0^{(\xi)}$  і відповідні їм границі текучості  $\sigma_{02}^\xi$  і тимчасовий опір матеріалу  $\sigma_B^\xi$ , визначені в роботі [5] на основі експериментальних даних [1, 7], наведено в табл. 1.

Таблиця 1. Значення параметрів моделі течії  $K_1^{(\xi)}$ ,  $K_0^{(\xi)}$  і відповідних їм границі текучості  $\sigma_{02}^\xi$  і тимчасового опору матеріалу  $\sigma_B^\xi$  для фаз  $\xi$ .

$\xi$	$\sigma_{02}^{(\xi)}$ , МПа	$\sigma_B^{(\xi)}$ , МПа	$K_0^{(\xi)}$ , МПа	$K_1^{(\xi)}$ , МПа
$a$	165	190	712	824
$f + p$	827	948	3562	4123
$b$	900	1032	3877	4489
$m$	1611	1848	6943	8039

**2. Методи розв'язування задачі.** У цій статті використовуємо підхід до розв'язування плоских осесиметричних задач термов'язкопластичності,

розв'язаний у роботі [3]. Досліджувана задача є суттєво нелінійною, до її розв'язання застосовується чисельний метод покрокового інтегрування за часом. На кожному кроці задача лінеаризується за допомогою методу ітерацій. Чисельна реалізація здійснюється в рамках подвійного ітераційного процесу. Внутрішній ітераційний процес пов'язаний з інтегруванням нелінійних рівнянь моделі течії. У рамках зовнішнього ітераційного процесу розв'язуються рівняння рівноваги та теплопровідності. У зовнішньому ітераційному процесі враховуються залежності характеристик матеріалу та параметрів моделі від температури. Рівняння моделі течії інтегруються неявним методом Ейлера, а рівняння динаміки – неявним методом Ньюмарка. Лінеаризована на кожній ітерації задача термомеханіки розв'язується методом скінченних елементів. Тут враховуються залежності параметрів моделі течії від фазового складу матеріалу. Для більш точного опису криволінійних границь тіла використовуються чотирикутні восьмивузлові ізопараметричні скінченні елементи з квадратичною апроксимацією переміщень і температури. У зонах опромінення, де градієнти температур достатньо великі, для реалізації більш точного моделювання розподілів польових величин застосовується дуже щільна сітка елементів.

Як було зазначено вище, мікроструктурні перетворення враховуємо за допомогою термотрансформаційної деформації, яка відповідає за трансформаційні зміни об'єму при фазових перетвореннях і зміні температури, та залежностей непружних характеристик – границі текучості  $\sigma_{02}$  і тимчасового опору  $\sigma_B$ , від фазового складу матеріалу. Термотрансформаційну складову деформації  $\varepsilon_{ij}^{\text{ph}}$  визначаємо за формулою (10) із [6]:

$$\varepsilon_{ij}^{\text{ph}} = \frac{V^{(\xi)}(\theta)y_{\xi}(\theta) - V^{(\xi)}(\theta_r)y_{\xi}(\theta_r)}{3V^{(\xi)}(\theta_r)y_{\xi}(\theta_r)} \delta_{ij}, \quad (10)$$

де  $\theta_r$  – відлікова температура;  $y_{\xi}$  – концентрація фази  $\xi$ ;  $V^{(\xi)}$  – питомий об'єм для фази  $\xi$ .

Співвідношення для питомих об'ємів  $V^{(\xi)}(\theta)$  в м<sup>3</sup>/кг, віднесені до температури  $\theta = 20$  °С, мають такий вигляд [5, 6]:

$$\begin{aligned} V^{(a)}(\theta) \cdot 10^3 &= 0.12282 + 8.56 \cdot 10^{-6}(\theta - 20) + 2.15 \cdot 10^{-3}C, \\ V^{(f,p,b)}(\theta) \cdot 10^3 &= 0.12708 + 5.528 \cdot 10^{-6}(\theta - 20), \\ V^{(m)}(\theta) \cdot 10^3 &= 0.12708 + 4.448 \cdot 10^{-6}(\theta - 20) + 2.79 \cdot 10^{-3}C. \end{aligned} \quad (11)$$

У формулі (11)  $C$  – масова концентрація вуглецю у відсотках.

Розрахунок концентрації фаз  $y_{\xi}$  проводимо за допомогою термодинамічної діаграми розпаду переохолодженого аустеніту [4]. Для розрахунку накопичення фаз уздовж довільної траєкторії охолодження використовуємо інкрементальну модель на основі рівняння Коїстінена – Марбургера.

**2. Результати розрахунків.** Розрахунки проведено для таких геометричних параметрів стержня: радіус  $R = 10^{-4}$  м, довжина  $L = 5 \cdot 10^{-3}$  м. Тривалість дії теплового імпульсу  $t_q = 10^{-8}$  с. Параметр теплового потоку  $q_0 = 2 \cdot 10^8$  кВт/м<sup>2</sup>. Початкова температура  $\theta_0 = 20$  °С. Температура  $\theta$  в торцевій частині стержня змінюється від 20 °С до 1300 °С. Початкова структура матеріалу:  $y_a = 0$ ,  $y_b = 0.79$ ,  $y_{f,p} = 0.11$ ,  $y_m = 0.1$ . Крок інтегрування за часом змінюється в межах  $10^{-8} \div 10^{-10}$  с.

Досліджується матеріал із властивостями сталі 35ХМА:

$$C = 0.38 \%, \quad Cr = 0.99 \%, \quad Mn = 0.64 \%, \quad Mo = 0.1 \%$$

За залишковий час розподілу величин напружено-деформованого стану приймаємо  $t = 5 \cdot 10^{-7}$  с. Охолодження відбувається зі швидкістю  $\dot{\theta} = 10^{10}$  °C/с, при якій відбувається лише мартенситне перетворення.

Розпад фази аустеніту в мартенсит відбувається при температурі  $\theta = \theta_H \approx 390$  °C. Накопичення фази мартенситу при охолодженні ілюструється на рис. 1. Бачимо, що об'єм мартенситної фази збільшується в області  $z_m = 1.3 \cdot 10^{-7}$ , причому  $t_m \approx 0.34 \cdot 10^{-7}$  с – час, при якому починається аустенітно-мартенситне перетворення. При наближенні температури до  $\theta_H$  характерним є платоподібний розподіл температури  $\theta$  (штрихова крива), тому фаза мартенситу накопичується рівномірно в області  $0 < z \leq z_m$  і має фронтальний залишковий розподіл за глибиною стержня  $z$ .

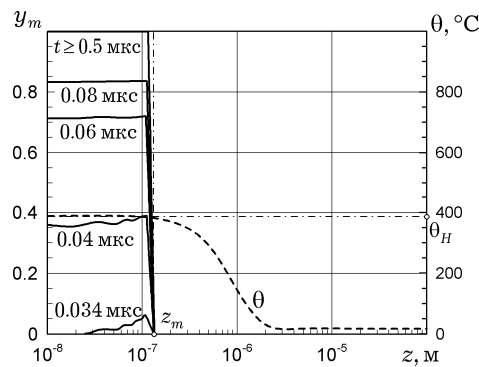


Рис. 1. Накопичення концентрації фази мартенситу  $y_m$  за глибиною стержня  $z$ .

Кінетику радіальної компоненти тензора напружень  $\sigma_{rr}$  за глибиною стержня  $z$  у різні моменти часу  $t$  показано на рис. 2. Тут наведено результати розрахунків з урахуванням трансформаційних змін об'єму і залежностей границі текучості та тимчасового опору матеріалу від мікроструктурних перетворень. Криві 1–3 відповідають моментам часу  $t = 0.03 \cdot 10^{-7}$  с,  $t = 0.34 \cdot 10^{-7}$  с,  $t = 5 \cdot 10^{-7}$  с. Штрихова крива 3 ілюструє залишковий розподіл радіальних напружень  $\sigma_{rr}$ .

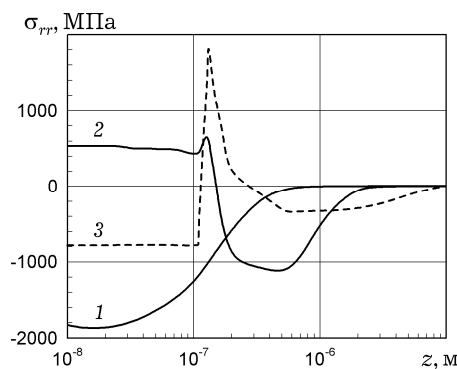


Рис. 2. Розподіл радіальних напружень  $\sigma_{rr}$  за глибиною стержня  $z$  з урахуванням трансформаційних змін об'єму та залежностей непружних характеристик від фазового складу матеріалу; штрихова крива – залишковий розподіл.

На рис. 2 видно, що розподіл напруження  $\sigma_{rr}$  суттєво змінюється за часом. Під час дії інтенсивного теплового потоку в приповерхневому шарі швидко зростає температура. Як результат, у цій зоні виникають напруження стиску (крива **1**, рис. 2). Далі, при наступному охолодженні напруження стиску трансформуються в розтягальні (крива **2**, рис. 2). У момент  $t = 5 \cdot 10^{-7}$  с (крива **3**, рис. 2) розтягальні напруження змінюються на стискавальні  $\sigma_{rr} = -1800$  МПа. Цей ефект має якісний характер і пояснюється тим, що при  $\theta = \theta_H = 390^\circ\text{C}$  фаза аустеніту перетворюється у фазу мартенситу, якій відповідає більш високий рівень границі текучості  $\sigma_{02}^m$  порівняно з вихідною фазою (див. табл. 1). Слід зазначити, що поява залишкових стискальних напружень дозволяє матеріалу чинити опір утворенню і розповсюдженню тріщини [11].

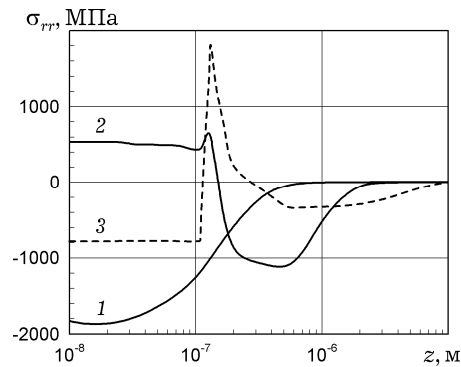


Рис. 2. Розподіл радіальних напружень  $\sigma_{rr}$  за глибиною стержня  $z$  з урахуванням трансформаційних змін об'єму та залежностей непружних характеристик від фазового складу матеріалу; штрихова крива – залишковий розподіл.

На рис. 3 також ілюструється радіальна компонента тензора напружень  $\sigma_{rr}$  за глибиною стержня  $z$  у ті самі моменти часу  $t$ , що й на рис. 2. Для ґрунтового аналізу впливу мікроструктурних перетворень тут представлені розрахунки з урахуванням лише трансформаційних змін об'єму.

Бачимо, що внаслідок мікроструктурних перетворень залишкові розтягальні напруження зменшуються (крива **3**, рис. 3), оскільки фаза мартенситу має більший об'єм порівняно з вихідною фазою. У момент часу  $t = 5 \cdot 10^{-7}$  с залишкові напруження  $\sigma_{rr} = 460$  МПа. Напруження з таким рівнем мають негативний вплив на утворення тріщини при подальшому навантаженні.

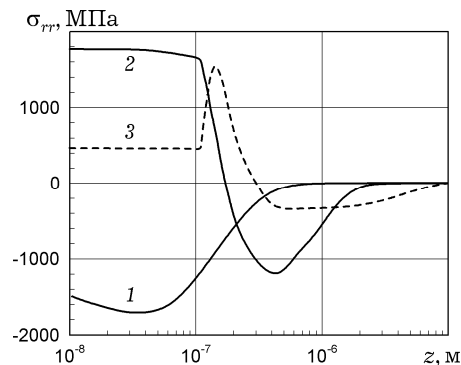


Рис. 3. Розподіл радіальних напружень  $\sigma_{rr}$  за глибиною стержня  $z$  з урахуванням лише трансформаційних змін об'єму; штрихова крива – залишковий розподіл.

На рис. 4 зображено розподіл осьової компоненти тензора напружень  $\sigma_{zz}$  за глибиною стержня  $z$  у різні моменти часу  $t$ . Розрахунки виконано з урахуванням трансформаційних змін об'єму і залежностей непружних характеристик матеріалу від мікроструктурних перетворень. Криві 1–3 відповідають моментам часу  $t = 0.03 \cdot 10^{-7}$  с,  $t = 0.34 \cdot 10^{-7}$  с,  $t = 5.0 \cdot 10^{-7}$  с. Штриховою кривою на рис. 4 показано залишковий розподіл хвильових напружень  $\sigma_{zz}$ .

Вплив мікроструктурних перетворень на осьові розподіли хвильових напружень  $\sigma_{zz}$  незначний, оскільки хвилі дуже швидко виходять із зони мікроструктурних перетворень і формуються до їх початку.

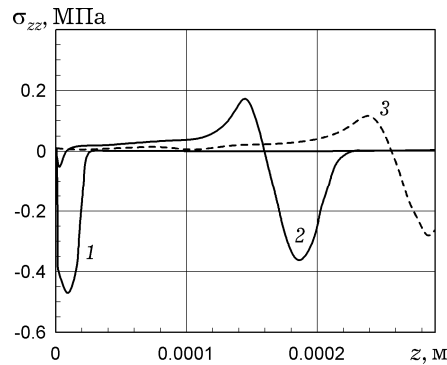


Рис. 4. Розподіл хвильових напружень  $\sigma_{zz}$  за глибиною стержня  $z$  у різні моменти часу з урахуванням трансформаційних змін об'єму та залежностей непружних характеристик від фазового складу матеріалу; штрихова крива – залишковий розподіл.

На рис. 5 ілюструються осьові розподіли інтенсивності напружень  $s_i$ , де  $s_i = (s_{ij}s_{ij} / 2)^{1/2}$ . Суцільною кривою наведено розрахунки при врахуванні трансформаційних змін об'єму та залежностей непружних характеристик від фазового складу матеріалу, штриховою кривою – результати розрахунків з урахуванням лише трансформаційних змін об'єму. При врахуванні впливу мікроструктурних перетворень на непружні характеристики інтенсивність напружень за глибиною стержня становить  $s_i = 450$  МПа, а при врахуванні лише термотрансформаційної деформації  $s_i = 270$  МПа. Порівняння штрихової і суцільної кривих на рис. 5 вказує на те, що врахування залежностей непружних характеристик від фазового складу матеріалу істотно впливає на рівень і знак напружень, але не впливає на товщину мартенситного шару, який визначається термічними факторами.

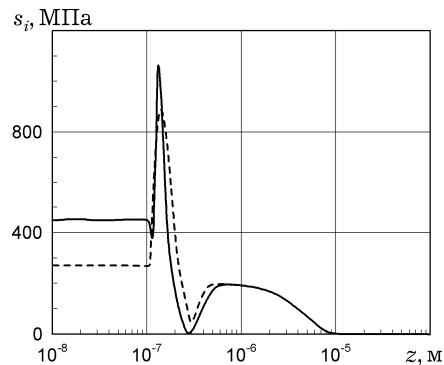


Рис. 5. Осьові розподіли інтенсивності напружень  $s_i(z)$  за глибиною стержня  $z$ .

На рис. 6 і рис. 7 зображено розподіли компонент непружної деформації  $\varepsilon_{rr}^{\text{in}}$  та  $\varepsilon_{zz}^{\text{in}}$  за глибиною стержня  $z$  у моменти часу  $t = 0.03 \cdot 10^{-8}$  с,  $t = 0.04 \cdot 10^{-7}$  с,  $t = 0.1 \cdot 10^{-7}$  с,  $t = 5 \cdot 10^{-7}$  с (криві 1–4). Розрахунки виконано з урахуванням зміни об'єму при мікроструктурних перетвореннях і залежностей непружних характеристик від фазового складу матеріалу. Штриховими кривими на рис. 6 і рис. 7 зображено залишкові розподіли компонент.

Компонента непружної деформації  $\varepsilon_{rr}^{\text{in}}$  на початку нагріву дорівнює нулеві, оскільки мікроструктурні перетворення блокують активний процес непружного деформування внаслідок розширення матеріалу. Тому від початку перетворення аустеніту в мартенсит відбувається процес розвантаження. При досягненні границі текучості рівень непружної деформації  $\varepsilon_{rr}^{\text{in}}$  зменшується (криві 1–3 на рис. 6). При охолодженні компонента непружної деформації  $\varepsilon_{rr}^{\text{in}}$  різко збільшується і стабілізується зі значенням  $\varepsilon_{rr}^{\text{in}} = -0.0008$  (крива 4, рис. 6).

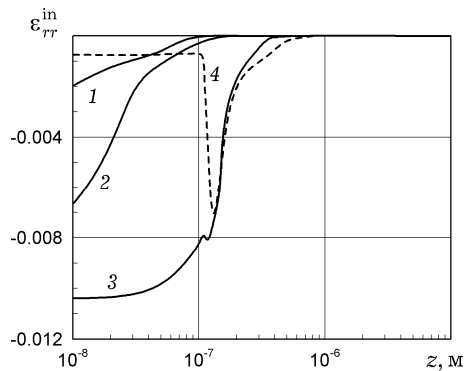


Рис. 6. Розподіл компоненти непружної деформації  $\varepsilon_{rr}^{\text{in}}$  за глибиною стержня  $z$  в різні моменти часу з урахуванням трансформаційних змін об'єму та залежностей непружних характеристик від фазового складу матеріалу; штрихова крива – залишковий розподіл.

Процес розподілу компоненти  $\varepsilon_{zz}^{\text{in}}$  (рис. 7) аналогічний до розподілу компоненти  $\varepsilon_{rr}^{\text{in}}$ . Відмінність полягає в тому, що для компоненти  $\varepsilon_{zz}^{\text{in}}$  характерним є розподіл з оберненим знаком: непружна деформація є розтягальною. У момент часу  $t = 5 \cdot 10^{-7}$  с деформація  $\varepsilon_{zz}^{\text{in}} = 0.001$  (крива 4, рис. 7).

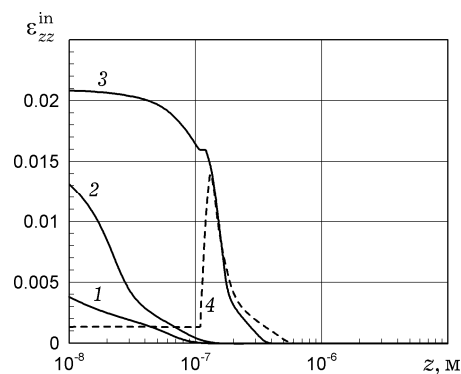


Рис. 7. Розподіл компоненти непружної деформації  $\varepsilon_{zz}^{\text{in}}$  за глибиною стержня  $z$  у різні моменти часу з урахуванням трансформаційних змін об'єму та залежностей непружних характеристик від фазового складу матеріалу; штрихова крива – залишковий розподіл.



**3. Аналіз механізмів поверхневого зміцнення.** Поява стискальних залишкових напружень і зменшення непружної деформації пояснюється тим, що, по-перше, при мікроструктурних перетвореннях розглянутий матеріал у фазі мартенситу має більший питомий об'єм, по-друге, при розрахунках враховуються залежності параметрів моделі течії і відповідних їм непружних характеристик – границі текучості та тимчасового опору, від фазового складу матеріалу.

Границя текучості  $\sigma_{02}^m$  фази мартенситу майже вдвічі вища від границі течії вихідної фази. Це означає, що перехід матеріалу в мартенситну фазу супроводжується зміцненням за структурним механізмом, який враховує залежності непружних характеристик від фазового складу матеріалу. Зміцнення матеріалу в інших випадках здійснюється за традиційним механізмом непружного деформування. Результати дослідження парціальних вкладів структурного та деформаційного механізмів поверхневого зміцнення півпростору при аустенітно-мартенситному перетворенні зображено на рис. 8.

Залишковий розподіл параметра ізотропного зміцнення  $K$  у момент часу  $t = 5 \cdot 10^{-7}$  с ілюструється на рис. 8. Тут суцільна крива відповідає структурному механізму зміцнення, штрихова крива – деформаційному механізму зміцнення, штрихпунктирна лінія – початковому значенню сумарного параметра зміцнення  $K_0$  для базового фазового складу матеріалу. Приріст зміцнення за структурним механізмом відносно  $K_0$  дорівнює  $\Delta K = 4100$  МПа. Приріст непружного деформування відносно базового складу становить  $\Delta K = 755$  МПа.

Отже, структурний механізм зміцнення є визначальним порівняно з деформаційним механізмом при вибраному базовому фазовому складі матеріалу.

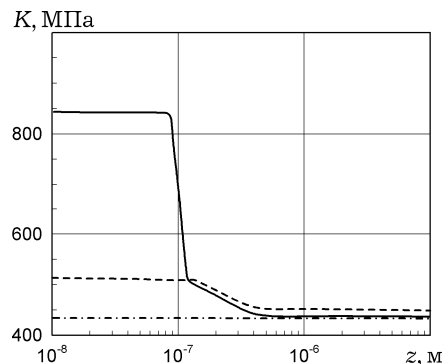


Рис. 8. Залишковий розподіл параметра ізотропного зміцнення  $K$ .

**Висновки.** За допомогою узагальненої моделі течії Боднера – Партома проведено чисельне моделювання напружено-деформованого та мікроструктурного стану півпростору при імпульсному термічному навантаженні. Встановлено, що врахування залежностей границі текучості та тимчасового опору від фазового складу матеріалу приводить до появи структурного механізму поверхневого зміцнення матеріалу. Такий механізм зміцнення є домінуючим порівняно з механізмом зміцнення, що виникає за рахунок непружного деформування.

Також встановлено, що врахування залежностей непружних характеристик фазового складу матеріалу приводить до появи стискальних напружень і зменшення рівня непружних деформацій на поверхні тіл із мартенситних сталей. Це, у свою чергу, дозволяє підвищити міцність матеріалу та сприяє покращенню експлуатаційних характеристик виробів.

1. Безухов Н. И., Бажанов В. Л., Гольденблат И. И., Николаенко Н. А., Синюков А. М. Расчеты на прочность, устойчивость и колебания в условиях высоких температур / Под ред. И. И. Гольденבלата. – Москва: Машиностроение, 1965. – 568 с.
2. Жук Я. О. Врахування мікроструктурних перетворень в матеріалі в задачі про термічне імпульсне опромінення півпростору // Математичні проблеми механіки неоднорідних структур / Під заг. ред. І. О. Луковського, Г. С. Кіта, Р. М. Кушніра. – Львів: Ін-т прикл. проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, 2014. – С. 343–345.
3. Жук Я. А., Сенченков И. К., Козлов В. И., Табиева Г. А. Осесимметричная динамическая связанная задача термовязкопластичности // Прикл. механика. – 2001. – **37**, № 10. – С. 83–89.  
Te same: Zhuk Y. A., Senchenkov I. K., Kozlov V. I., Tabieva G. A. Axisymmetric dynamic problem of coupled thermoviscoplasticity // Int. Appl. Mech. – 2001. – **37**, No. 10. – P. 1311–1317.  
– <https://doi.org/10.1023/A:1013976219144>.
4. Попов А. А., Попова Л. Е. Справочник термиста. Изотермические и термокинетические диаграммы распада переохлажденного аустенита. – Москва–Ленинград: Машгиз, 1961. – 430 с.
5. Сенченков И. К., Оксенчук Н. Д. Моделирование неизотермического течения с учетом зависимости пластических свойств от микроструктуры материала // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2012. – **55**, № 1. – С. 138–144.  
Te same: Senchenkov I. K., Oksenchuk N. D. Modeling of a nonisothermal flow with regard for the dependence of plastic properties on the microstructure of a material // J. Math. Sci. – 2013. – **190**, No. 6. – P. 796–803.  
– <https://doi.org/10.1007/s10958-013-1289-6>.
6. Юрьев С. Ф. Удельные объемы фаз в мартенситном превращении аустенита. – Москва: Металлургиздат, 1950. – 48 с.
7. Alberg H., Berglun D. Comparison of plastic, viscoplastic, and creep models when modeling welding and stress relief heat treatment // Comput. Meth. Appl. Mech. Eng. – 2003. – **192**, No. 49–50. – P. 5189–5208.  
– <https://doi.org/10.1016/j.cma.2003.07.010>
8. Bodner S. R., Partom Y. Constitutive equations for elastic-viscoplastic strain-hardening material // Trans. ASME. J. Appl. Mech. – 1975. – **42**, No. 2. – P. 385–389.  
– <https://doi.org/10.1115/1.3423586>.
9. Chen H., Kysar J. W., Yao Y. L. Characterization of plastic deformation induced by microscale laser shock peening // Trans. ASME. J. Appl. Mech. – 2004. – **71**, No. 5. – P. 713–723. – <https://doi.org/10.1115/1.1782914>.
10. Liang Lan, Ruyi Xin, Xinyuan Jin et al. Effects of laser shock peening on microstructure and properties of Ti-6Al-4V titanium alloy fabricated via selective laser melting // Materials (Basel). – 2020. – **13**, No. 15: 3261.  
– <https://doi.org/10.3390/ma13153261>.
11. Nikitin I., Scholtes B., Maier H. J., Altenberger I. High temperature fatigue behavior and residual stress stability of laser shock peened and deep rolled austenitic steel AISI 304 // Scripta Mater. – 2004. – **50**, No. 10. – P. 1345–1350.  
– <https://doi.org/10.1016/j.scriptamat.2004.02.012>.
12. Prabhakaran S., Kalainathan S. Compound technology of manufacturing and multiple laser peening on microstructure and fatigue life of dual-phase spring steel // Mater. Sci. Eng.: A. – 2016. – **674**. – P. 634–645.  
– <https://doi.org/10.1016/j.msea.2016.08.031>.
13. Rai A. K., Biswal R., Gupta R. K. et al. Study on the effect of multiple laser shock peening on residual stress and microstructural changes in modified 9Cr-1Mo (P91) steel // Surface & Coatings Technology. – 2019. – **358**. – P. 125–135.  
– <https://doi.org/10.1016/j.surfcoat.2018.11.027>.
14. Sternberg E., Chakravorty J. G. On inertia effects in a transient thermoelastic problem // Trans. ASME. J. Appl. Mech. – 1959. – **26**, No. 4. – P. 503–508.  
– <https://doi.org/10.1115/1.4012106>.
15. Zhuk Y. A., Kashtalyan M. Influence of microstructural transformation on quasi-static and dynamic thermomechanical response of thermally loaded disk // Math. Model. Comput. – 2014. – **1**, No. 2. – P. 284–293.

**NUMERICAL SIMULATION OF THE SURFACE HARDENING OF A HALF-SPACE  
UNDER THERMAL PULSE LOADING WITH TAKING INTO ACCOUNT THE DEPENDENCES  
OF INELASTIC PROPERTIES ON THE PHASE COMPOSITION OF A MATERIAL**

*On the basis of numerical simulation, the stress-strain state of a half-space with microstructural transformations under pulse thermal loading is considered. As the material, 35KhMA steel is chosen. Nonlinear behavior of the material is described by the Bodner – Partom flow model generalized to the case of multiphase composition of the material. The model parameters  $K_0$  and  $K_1$  which determine respectively the yield strength  $\sigma_{0.2}$  and ultimate strength  $\sigma_B$  are depended on the phase composition of the material. The problem is solved numerically by the implicit step-by-step time integration method, by the iterative method and by the finite element method. Qualitative and quantitative estimations of the stress-strain state and the material hardening are given taking into account the dependence of inelastic characteristics on the phase composition of the material.*

**Key words:** *model of flow, microstructural transformations, finite-element method, isotropic hardening, pulse thermal loading.*

<sup>1</sup> Держ. ун-т телекомунікацій, Київ,

<sup>2</sup> Ін-т механіки ім. С. П. Тимошенка  
НАН України, Київ

Одержано  
28.10.20