

УДК 519.6

А. В. Куниць¹, М. В. Кутнів^{1,3✉}, Н. В. Хоменко²

ТРИТОЧКОВІ РІЗНИЦЕВІ СХЕМИ ВИСОКОГО ПОРЯДКУ ТОЧНОСТІ ДЛЯ ЗАДАЧІ ШТУРМА – ЛІУВІЛЛЯ

Для задачі Штурма – Ліувілля побудовано триточкові різницеві схеми високого порядку точності на нерівномірній сітці. Запропоновані різницеві схеми для кожного вузла x_j , $j = 1, 2, \dots, N - 1$, сітки вимагають розв'язування двох задач Коші для лінійних звичайних диференціальних рівнянь другого порядку на відрізках $[x_{j-1}, x_j]$ (вперед) та $[x_j, x_{j+1}]$ (назад), що здійснюється за один крок за допомогою будь-якого однокрокового методу: розкладу в ряд Тейлора або методу Рунге – Кутта порядку точності $\bar{n} = 2[(n + 1)/2]$ (n – ціле додатне, $[\cdot]$ – ціла частина числа). Встановлено оцінку точності триточкових різницевої схем і розроблено алгоритм знаходження їх розв'язку. Проведено чисельні експерименти, які підтверджують теоретичні висновки.

Ключові слова: задача Штурма – Ліувілля, точна триточкова різницєва схема, триточкова різницєва схема довільного порядку точності, ітераційний метод Ньютона.

THREE-POINT DIFFERENCE SCHEMES OF HIGH ACCURACY ORDER FOR STURM – LIOUVILLE PROBLEM

For the Sturm – Liouville problem, three-point difference schemes of high order of accuracy on a irregular grid are constructed. The proposed difference schemes for each of grid node require solving two Cauchy problems for second order linear ordinary differential equations on intervals $[x_{j-1}, x_j]$ (forward) and $[x_j, x_{j+1}]$ (backward), which is carried out in one step using any one-step method: Taylor series or Runge – Kutta order of accuracy $\bar{n} = 2[(n + 1)/2]$ (n is a positive entire and $[\cdot]$ denotes the entire part of the argument in the brackets). The accuracy of three-point difference schemes is established and an algorithm for finding their solution is developed. Numerical experiments are carried out, which confirm the theoretical conclusions.

Key words: Sturm – Liouville problem, exact three-point difference scheme, three-point difference scheme of arbitrary order of accuracy, Newton's iterative method.

¹ Нац. ун-т «Львів. політехніка», Львів,

² Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів,

³ Жешув. технолог. ун-т, Жешув, Польща

Одержано
03.08.20