

УДК 519.6: 539.3

I. I. Прокопишин ✉

## ТЕРМОМЕХАНІЧНИЙ КОНТАКТ ПРУЖНИХ ТІЛ ЗА НАЯВНОСТІ НЕЛІНІЙНИХ ВІНКЛЕРІВСЬКИХ ПОВЕРХНЕВИХ ШАРІВ

Розглянуто термopружну контактну задачу для декількох тіл за умов одностороннього механічного контакту через нелінійні вінклерівські поверхневі шари та умов неідеального теплового контакту. Отримано слабе формулювання цієї задачі у вигляді системи варіаційного рівняння і варіаційної нерівності, а також альтернативне слабе формулювання у вигляді системи лінійного і нелінійного варіаційних рівнянь. Для розв'язування системи варіаційних рівнянь термомеханічної контактної задачі розроблено паралельні ітераційні алгоритми декомпозиції області типу Робіна, на кожному кроці яких необхідно розв'язувати два лінійні варіаційні рівняння для кожного з тіл, одне з яких відповідає задачі теплопровідності з умовами Ньютона на ділянках можливого контакту, а інше – задачі теорії пружності з умовами Робіна на цих ділянках і додатковими об'ємними силами. Проведено аналіз числової ефективності запропонованих алгоритмів для плоскої термомеханічної задачі про контакт двох пружних тіл з використанням скінченноелементних апроксимацій.

**Ключові слова:** термopружні контактні задачі, нелінійні вінклерівські шари, варіаційні нерівності, варіаційні рівняння, методи декомпозиції області, метод скінченних елементів.

## ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКИЙ КОНТАКТ УПРУГИХ ТЕЛ ПРИ НАЛИЧИИ НЕЛИНЕЙНЫХ ВИНКЛЕРОВСКИХ ПОВЕРХНОСТНЫХ СЛОЕВ

Рассмотрена термоупругая контактная задача для нескольких тел при условиях одностороннего механического контакта через нелинейные винклеровские поверхностные слои и условиях неидеального теплового контакта. Получена слабая формулировка этой задачи в виде системы вариационного уравнения и вариационного неравенства, а также альтернативная слабая формулировка в виде системы линейного и нелинейного вариационных уравнений. Для решения системы вариационных уравнений термомеханической контактной задачи разработаны параллельные итерационные алгоритмы декомпозиции области типа Робина, на каждом шаге которых необходимо решать два линейные вариационные уравнения для каждого из тел, одно из которых соответствует задаче теплопроводности с условиями Ньютона на участках возможного контакта, а другое – задаче теории упругости с условиями Робина на этих участках и дополнительными объемными силами. Проведен анализ численной эффективности предложенных алгоритмов для плоской термомеханической задачи о контакте двух упругих тел с использованием конечно-элементных аппроксимаций.

**Ключевые слова:** термоупругие контактные задачи, нелинейные винклеровские слои, вариационные неравенства, вариационные уравнения, методы декомпозиции области, метод конечных элементов.

## THERMOMECHANICAL CONTACT BETWEEN ELASTIC BODIES WITH NONLINEAR WINKLER SURFACE LAYERS

A thermoelastic contact problem for several bodies under conditions of unilateral mechanical contact through nonlinear Winkler surface layers and imperfect thermal contact is considered. The weak formulation of this problem in the form of a system of variational inequality and variational equation, as well as an alternative weak formulation in the form of linear and nonlinear variational equations are obtained. To solve the system of variational equations of the thermomechanical contact problem, parallel iterative Robin type domain decomposition algorithms are developed. In each iterative step of these algorithms one have to solve two linear variational equations for each of the bodies, which correspond to heat conduction problem with Newton boundary conditions on the possible contact boundaries and linear elasticity problem with additional volume forces and Robin boundary conditions respectively. The analysis of numerical efficiency of proposed algorithms is performed for a plane thermomechanical two-body contact problem using the finite element approximations.

**Key words:** thermoelastic contact problems, nonlinear Winkler layers, variational inequalities, variational equations, domain decomposition methods, finite element method.

Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано  
21.10.19

✉ ihor84@gmail.com