

УДК 539.3

Л. В. Курпа, Т. В. Шматко*

ДОСЛІДЖЕННЯ ВІЛЬНИХ КОЛИВАНЬ І СТІЙКОСТІ ФУНКЦІОНАЛЬНО-ГРАДІЄНТНИХ ТРИШАРОВИХ ПЛАСТИН ЗА ДОПОМОГОЮ ТЕОРІЇ R-ФУНКЦІЙ І ВАРІАЦІЙНИХ МЕТОДІВ

Запропоновано чисельно-аналітичний метод дослідження вільних коливань і стійкості функціонально-градієнтних пластин типу «сендвіч» із застосуванням уточненої теорії пластин першого порядку типу Тимошенка. Розглянуто різні схеми розташування шарів: 1) наповнювач є функціонально-градієнтним матеріалом, а верхній і нижній шари виготовлено з ізотропних матеріалів і 2) навпаки, наповнювач виготовлено з ізотропного матеріалу, а верхній і нижній шари – з функціонально-градієнтних матеріалів. В основу розробленого підходу покладено використання теорії R-функцій і варіаційного методу Рітца. Запропонований метод і створене програмне забезпечення враховують наявність неоднорідного докритичного стану пластини. Одержано аналітичні вирази для обчислення пружних сталей і густини матеріалу за припущення, що значення коефіцієнтів Пуассона є однаковими для складових функціонально-градієнтних матеріалів. Виконано порівняння одержаних числових результатів для власних частот і критичного навантаження з відомими результатами та одержано їхнє добре узгодження. Для ілюстрації можливостей запропонованого підходу виконано розрахунок пластин складної геометричної форми, навантажених у серединній площині. Вивчено вплив різних геометричних і механічних параметрів на динамічну поведінку пластини, критичне навантаження і зони динамічної нестійкості.

Ключові слова: вільні коливання, стійкість пластин типу «сендвіч», функціонально-градієнтні пластини, теорія R-функцій.

ИССЛЕДОВАНИЕ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ И УСТОЙЧИВОСТИ ФУНКЦИОНАЛЬНО-ГРАДИЕНТНЫХ ТРЕХСЛОЙНЫХ ПЛАСТИН С ПОМОЩЬЮ ТЕОРИИ R-ФУНКЦИЙ И ВАРИАЦИОННЫХ МЕТОДОВ

Предложен численно-аналитический метод исследования свободных колебаний и устойчивости функционально-градиентных пластин типа «сэндвич» с использованием уточненной теории первого порядка типа Тимошенко. Рассмотрены разные схемы расположения слоев: 1) наполнитель является функционально-градиентным материалом, а верхний и нижний слои изготовлены из изотропных материалов, и 2) наоборот, наполнитель изготовлен из изотропного материала, а верхний и нижний слои – из функционально-градиентных материалов. В основу разработанного метода положено использование теории R-функций и вариационного метода Ритца. Предложенный метод и созданное программное обеспечение учитывают наличие неоднородного докритического состояния пластины. Получены аналитические выражения для вычисления упругих постоянных и плотности материала при условии, что значения коэффициентов Пуассона являются одинаковыми для составляющих функционально-градиентных материалов. Выполнено сравнение полученных числовых результатов для собственных частот и критической нагрузки с известными результатами. В качестве демонстрации возможностей предложенного подхода выполнены расчеты пластин сложной геометрической формы, нагруженные в срединной плоскости. Изучено влияние различных геометрических и механических параметров на динамическое поведение пластины, критическую нагрузку и зоны динамической неустойчивости.

Ключевые слова: свободные колебания, устойчивость пластин типа «сэндвич», функционально-градиентные пластинки, теория R-функций.

INVESTIGATION OF FREE VIBRATIONS AND STABILITY OF FUNCTIONALLY GRADED THREE-LAYER PLATES BY MEANS OF THE R-FUNCTIONS AND VARIATIONAL METHODS

A numerical-analytical method for studying free vibrations and stability of functionally graded sandwich plates using the refined first-order theory of Timoshenko type is proposed. Different layouts of layers are considered: 1) the filler is a functionally graded material, and the upper and lower layers are made of isotropic materials, and 2) vice versa, the filler is made of isotropic material, and the upper and lower layers are made of functionally graded materials. The developed method is based on the use of the theory of R-functions and the Ritz variational method. The proposed method and the software created take into account the presence of an inhomogeneous subcritical state of the plate. Analytical expressions are obtained for calculating the elastic constants and the density of the material under the condition that Poisson's ratio values are the same for the constituents of functionally graded material. The numerical results obtained for the natural frequencies and critical loads are compared with known results. As a demonstration of the possibilities of the proposed approach, the calculations of the plates of a complex geometric shape, loaded in the middle surface analyzed. The influence of various geometric and mechanical parameters on the dynamic behavior of the plate, the critical load, and the zones of dynamic instability has been studied.

Key words: free vibrations, stability of sandwich plates, functionally graded plates, theory of R-functions.