

ВПЛИВ ЗАЛИШКОВИХ ЗВАРНИХ НАПРУЖЕНЬ НА ГРАНИЧНУ РІВНОВАГУ ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ІЗОТРОПНОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ З ВНУТРІШНЬОЮ ТРІЩИНОЮ ДОВІЛЬНОЇ КОНФІГУРАЦІЇ

Пружно-пластичну задачу про граничну рівновагу трансверсально-ізотропної циліндричної оболонки з внутрішньою поздовжньою плоскою тріщиною довільної конфігурації, що знаходиться у полі залишкових напружень, зведено до задачі про пружну рівновагу такої ж оболонки з наскрізною тріщиною невідомої довжини. Цю задачу зведено до системи нелінійних сингулярних інтегральних рівнянь. Запропоновано алгоритм числового розв'язування отриманої системи сумісно з умовами пластичності та умовами обмеженості напружень.

Вступ. У сучасній техніці та будівництві широке застосування знайшли композитні матеріали, зокрема армовані надміцними волокнами пластики, для яких характерними є анізотропія деформативних і міцнісних властивостей, а також порівняно низька зсувна жорсткість. Якщо з такого матеріалу виготовлена оболонка така, що армуючі волокна розміщені перпендикулярно до серединної поверхні, то цю оболонку можна вважати трансверсально-ізотропною, а серединну поверхню – площиною ізоотропії. Ефективне конструювання виробів з таких матеріалів можливе лише при врахуванні таких властивостей і правильному їх використанні. Так як високоміцні матеріали схильні до крихкого та квазікрихкого руйнування, то наявність дефектів, особливо гострокінцевих, суттєво впливає на міцність конструкцій. Щоб оцінити вплив різного роду дефектів на напружений стан і граничну рівновагу тонкостінного тіла, доцільно провести дослідження для оболонок з наскрізними та внутрішніми тріщинами, оскільки з точки зору руйнування тріщина є одним із найнебезпечніших дефектів.

1. Формулювання задачі. Розглянемо пружно-пластичну трансверсально-ізотропну замкнуту циліндричну оболонку з внутрішньою поздовжньою тріщиною. Систему ортогональних координат $O\alpha\beta\gamma$ вибрано так, що осі $O\alpha$, $O\beta$ лежать у серединній поверхні оболонки, а вісь $O\gamma$ спрямована по нормалі до неї. Оболонка зварена із двох напівбезмежних частин поперечним швом $|\alpha| < \alpha_2 = \ell_2/R$ (тут ℓ_2 – ширина зони термічного впливу, R – радіус серединної поверхні оболонки). Згідно з результатами експериментальних досліджень [8], будемо вважати, що основний матеріал оболонки і матеріал зони термічного впливу мають однакові модулі пружності E та коефіцієнти Пуассона ν , але різні межі міцності σ_B і пороги текучості σ_T .

Нехай оболонка довжини $2\ell_0$ уздовж осі $O\alpha$ послаблена внутрішньою плоскою тріщиною довільної конфігурації. Глибину тріщини задаємо гладкими кривими $d_1(\alpha)$ і $d_2(\alpha)$ (див. рис. 1).

Вважаємо, що оболонка завантажена лише симетричними відносно площини тріщини зусиллями і моментами. При деформації береги тріщини не контактують. Обмежимося розглядом досить глибоких тріщин: $\max(d_2(\alpha) - d_1(\alpha)) \geq 0.4h$, де $2h$ – товщина оболонки). Розміри тріщини, навантаження і властивості матеріалу передбачаємо такими,

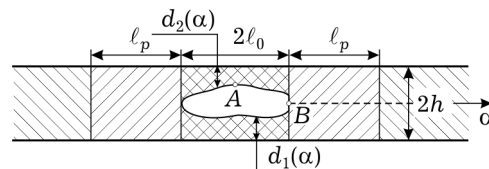


Рис. 1

що на продовженні тріщини по всій товщині оболонки вузькою смугою розвиваються пластичні деформації. Згідно з аналогом δ_c -моделі (моделі Леонова, Панасюка, Дагдейла) [1, 3, 9, 10], зони пластичних деформацій заміняємо поверхнями розриву пружних переміщень і кутів повороту (фіктивною тріщиною), а реакцію матеріалу пластичних зон на пружний об'єм – відповідними зусиллями і моментами, що протидіють розкриттю тріщини і задовольняють певну умову пластичності тонких оболонок [7]. Вважаємо, що на продовженні тріщини вглибину до зовнішньої і внутрішньої поверхонь оболонки, тобто в області $\alpha \in (-\alpha_0, \alpha_0)$, $\alpha_0 = \ell_0/R$, $\gamma \in [-h, -h + 2d_1] \cup [h - 2d_2, h]$, діють сталі напруження $\sigma^0 = (\sigma_B + \sigma_T)/2$, де σ_B і σ_T – границя міцності та поріг текучості матеріалу оболонки. У пластичних зонах на продовженні тріщини по довжині, тобто в областях $\gamma \in [-h, h]$, $\alpha \in (-\alpha_p, -\alpha_0) \cup (\alpha_0, \alpha^p)$ (тут $\alpha_p = \ell_p/R$, $\alpha^p = \ell^p/R$, ℓ_p , ℓ^p – довжини пластичних зон зліва та справа від тріщини) діють невідомі нормальні зусилля $N^{(i)}$ та згинні моменти $M^{(i)}$, $i = 1, 2$, які задовольняють певну умову пластичності.

Таким чином, у рамках прийнятого аналога δ_c -моделі пружно-пластичну задачу для внутрішньої тріщини довжини $2\ell_0$ замінено пружною задачею для наскрізної тріщини невідомої довжини $2\ell_1$ ($2\ell_1 = 2\ell_0 + \ell^p + \ell_p$), на берегах якої виконуються умови

$$N_2(\alpha) = \begin{cases} N_{\beta_1}^\ell - N_2^0 - N_2^*, & |\alpha| < \alpha_0, \\ N_{\beta_2}^\ell - N_2^0 - N_2^*, & \alpha_2 < |\alpha| < \alpha_0, \\ N^{(1)} - N_2^0, & -\alpha_p < \alpha < -\alpha_0, \\ N^{(2)} - N_2^0, & \alpha_0 \leq \alpha \leq \alpha^p, \end{cases}$$

$$M_2(\alpha) = \begin{cases} M_{\beta_1}^\ell - M_2^0 - M_2^*, & |\alpha| < \alpha_0, \\ M_{\beta_2}^\ell - M_2^0 - M_2^*, & \alpha_2 < |\alpha| < \alpha_0, \\ M^{(1)} - M_2^0, & -\alpha_p < \alpha < -\alpha_0, \\ M^{(2)} - M_2^0, & \alpha_0 \leq \alpha \leq \alpha^p. \end{cases} \quad (1)$$

Тут $N_{\beta_i}^\ell$, $M_{\beta_i}^\ell$ – нормальне зусилля і згинний момент, які є реакцією матеріалу на розрив внутрішніх зв'язків над і під тріщиною та які згідно з прийнятими припущеннями про напруження у цих смугах визначаються за формулами

$$N_{\beta_i}^\ell = \sigma^0 \int_{-h}^{d_1(\alpha)} d\gamma + \sigma^0 \int_{d_2(\alpha)}^h d\gamma, \quad M_{\beta_i}^\ell = \sigma^0 \int_{-h}^{d_1(\alpha)} \gamma d\gamma + \sigma^0 \int_{d_2(\alpha)}^h \gamma d\gamma, \quad i = 1, 2,$$

індексом β_i відмічено зусилля і моменти для різних значень σ^0 основного матеріалу і матеріалу зон термічного впливу, N_2^0 , M_2^0 – зусилля і момент основного напруженого стану (оболонка без тріщини), N_2^* , M_2^* – зусилля та момент, зумовлені зварним швом.

2. Основні співвідношення трансверсально-ізотропної циліндричної оболонки з тріщинами. Розв'язок пружної задачі за допомогою методу дисторсій в теорії тонких оболонок з тріщинами [2] зводимо до розв'язання неоднорідних диференціальних рівнянь уточненої теорії оболонок Тимошенка (зсувної моделі) [4, 11]:

$$\nabla^2 \nabla^2 \nabla^2 \psi + \frac{1}{c^2} (1 - \eta \nabla^2) \frac{\partial^4 \psi}{\partial \alpha^4} = D_0 R^2 \left[R \left(\frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + \nu \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} \right) \chi_{22}^0 + \nabla^2 \nabla^2 \varepsilon_{22}^0 \right],$$

$$(\nabla^2 - \mu^2) \varphi = -\eta R^2 (1 - \nu) \frac{\partial^2 \chi_{22}^0}{\partial \alpha \partial \beta}. \quad (2)$$

$$\text{Тут} \quad \varepsilon_{22}^0 = \frac{[\nu(\alpha)] \delta(\beta)}{R}, \quad \chi_{22}^0 = \frac{[\gamma_2(\alpha)] \delta(\beta)}{R}, \quad D_0 = 2Eh, \quad D_1 = \frac{2Eh^3}{3(1-\nu^2)},$$

$$\mu^2 = \frac{2}{\eta(1-\nu)}, \quad \eta = \frac{\varepsilon}{R^2}, \quad \varepsilon = \frac{Eh^2}{G'3k'(1-\nu^2)}, \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2}, \quad c^2 = \frac{h^2}{3R^2(1-\nu^2)},$$

$[\nu(\alpha)]$, $[\gamma_2(\alpha)]$ – стрибки переміщення та кута повороту при переході через лінію тріщини; E та ν – модуль пружності та коефіцієнт Пуассона; k' та G' – коефіцієнт зсуву та модуль зсуву у площинках, перпендикулярних до серединної поверхні; $\delta(\beta)$ – функція Дірака.

Нормальне зусилля, згинний момент і прогин w визначаються через функції ψ і φ співвідношеннями

$$N_2 = \frac{1}{R^2} \frac{\partial^4 \psi}{\partial \alpha^4}, \quad M_2 = -D_1 \left[\frac{1}{R} \left(\frac{\partial \gamma_2}{\partial \beta} + \nu \frac{\partial \gamma_1}{\partial \alpha} \right) - \chi_{22}^0 \right],$$

$$w = \frac{1}{D_0 R} \nabla^2 \nabla^2 \psi + \varepsilon_{22}^0, \quad \gamma_1 = -\frac{1}{R} \frac{\partial \Gamma}{\partial \alpha} + \frac{1}{R} \frac{\partial \varphi}{\partial \beta} - \nu \eta R \frac{\partial \chi_{22}^0}{\partial \alpha},$$

$$\gamma_2 = -\frac{1}{R} \frac{\partial \Gamma}{\partial \beta} + \frac{1}{R} \frac{\partial \varphi}{\partial \alpha} - \nu \eta R \frac{\partial \chi_{22}^0}{\partial \beta}, \quad \Gamma = w + \eta \nabla^2 w - \frac{\eta^2}{D} \frac{\partial^4 \varphi}{\partial \alpha^4}. \quad (3)$$

Інтегральне зображення розв'язків рівнянь (2) з використанням перетворення Фур'є запишемо у вигляді

$$\psi(\alpha, \beta) = -\frac{1}{\pi} D_0 R^2 \sum_{n=0}^{\infty} \lambda_n \left\{ R \left(\frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + \nu \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} \right) \cos n\beta \int_{-\ell_1}^{\ell_1} [\gamma_2(\xi)] \Phi_n(\xi - \alpha) d\xi + \right.$$

$$\left. + \nabla^2 \nabla^2 \cos n\beta \int_{-\ell_1}^{\ell_1} \frac{1}{R} [\nu(\xi)] \Phi_n(\xi - \alpha) d\xi \right\},$$

$$\varphi(\alpha, \beta) = -\frac{1}{\pi} \eta R^2 (1 - \nu) \sum_{n=0}^{\infty} \lambda_n \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \beta} \cos n\beta \int_{-\ell_1}^{\ell_1} [\gamma_2(\xi)] \varphi_n(\xi - \alpha) d\xi, \quad (4)$$

де $\lambda_0 = 1/2$, $\lambda_n = 1$, $n \geq 1$; Φ_n та φ_n – фундаментальні розв'язки звичайних диференціальних рівнянь, отриманих із рівнянь (2), які будуються аналогічно, як в [1]. Функції Φ_n , φ_n мають вигляд, наведений в [1], з такою заміною:

$$a_{20} = \sqrt{A/2 + A^2 \eta/4}, \quad b_{20} = \sqrt{A/2 - A^2 \eta/4}, \quad A\eta < 2,$$

$$P_{1,2} = \sqrt{A/2 + A^2 \eta/4} \pm \sqrt{A^2 \eta/4 - A/2}, \quad A\eta > 2,$$

$$\lambda = \sqrt{A}, \quad A = 1/c, \quad A\eta = 2.$$

3. Інтегральні рівняння задачі. Підставляючи зображення ключових функцій (4) у формули (3) і вимагаючи, щоб на берегах тріщини виконувались граничні умови (1), отримаємо систему нелінійних сингулярних інтегральних рівнянь для визначення стрибків переміщення та кута повороту:

$$\frac{a_m}{2} \int_{-\alpha_1}^{\alpha_1} F_m(\xi) \operatorname{cth} \frac{\xi - \alpha}{2} d\xi + \sum_{i=1}^2 \frac{1}{2\pi} \int_{-\alpha_1}^{\alpha_1} F_s(\xi) \mathcal{K}_{mi}(\xi - \alpha) d\xi = f_m(\alpha),$$

$$|\alpha| < \alpha_0, \quad m = 1, 2, \quad (5)$$

де $\alpha_0 = \frac{\ell_0}{R}$, $F_1(\alpha) = \frac{d}{d\alpha} [u_2(\alpha)]$, $F_2(\alpha) = c \frac{d}{d\alpha} [\gamma_2(\alpha)]$, $a_1 = \frac{1}{2}$, $a_2 = \frac{1 - \nu^2}{2}$,
 $f_1 = -\frac{N_2}{Eh}$, $f_2 = -\frac{M_2}{EhRc}$.

Регулярні частини ядер $\mathcal{K}_{mi}(z)$ – збіжні ряди від функцій $\exp(-a_{jn}|z|)$, $\sin(b_{jn}z)$, $\cos(a_{jn}z)$, де a_{jn} , b_{jn} – відповідно уявна і дійсна частини комплексних коренів характеристичного рівняння

$$x^8 + (4n^2 + \eta c^{-2})x^6 + [n^2(6n^2 + \eta/c^2) + c^{-2}]x^4 + 4n^4x^2 + n^8 = 0.$$

Заміною змінних $\alpha = s\alpha_1$, $\xi = u\alpha_1$ систему інтегральних рівнянь (5) зведемо до вигляду

$$\frac{a_m}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{F_m(\alpha_1 u)}{u - s} du = \sum_{i=1}^2 \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 F_s(\alpha_1 u) \mathcal{K}_{mi}^*[\alpha_1(u - s)] du = f_m(\alpha_1, s),$$

$$|s| < 1, \quad m = 1, 2, \quad (6)$$

де

$$\mathcal{K}_{ii}^*(z) = \alpha_1 \left[a_i \operatorname{cth} \frac{z}{2} - \frac{1}{z} + \mathcal{K}_{ii}(z) \right], \quad \mathcal{K}_{12}^*(z) = \mathcal{K}_{21}^*(z) = \alpha_1 \mathcal{K}_{12}(z).$$

У системі інтегральних рівнянь (6) є невідомими границі інтегрування α_1 , оскільки невідомими є довжини пластичних зон ℓ^p , ℓ_p . Крім цього, праві частини, $f_m(\alpha)$ – розривні функції, які містять невідомі зусилля $N^{(i)}$ та моменти $M^{(i)}$. Тому систему інтегральних рівнянь доповнюємо умовою пластичності Треска [7]

$$\left(\frac{N^{(i)}}{2h\sigma_T} \right)^2 + \frac{|M^{(i)}|}{h^2\sigma_T} = 1, \quad i = 1, 2, \quad (7)$$

та умовами обмеженості зусиль і моментів біля фіктивної тріщини. Для цього достатньо, щоб коефіцієнти інтенсивності нормального зусилля K_N і згинного моменту K_M були нульовими в обох кінцях фіктивної тріщини:

$$K_N(-\alpha_0 - \alpha_p) = K_N(\alpha_0 + \alpha^p) = K_M(-\alpha_0 - \alpha_p) = K_M(\alpha_0 + \alpha^p) = 0. \quad (8)$$

Таким чином, отримали повну систему рівнянь для визначення стрибків переміщення та кута повороту, довжини пластичних зон, а також зусиль і моментів, що діють у них. Невідомими залишаються N_2^* і M_2^* – залишкові зусилля і момент, зумовлені зварним швом.

Для знаходження залишкових зварних зусиль і моментів скористаємось методом дисторсій у теорії тонких оболонок [5]. Компоненти тензора малої деформації $\{e_{ij}\}$ запишемо як

$$e_{ij} = e_{ij}^s + e_{ij}^0.$$

Тут e_{ij} – компоненти тензора повної деформації, e_{ij}^s – компоненти пружної деформації, e_{ij}^0 – компоненти тензора поля умовних пластичних деформацій, несумісність яких зумовлює залишкові напруження.

У випадку осесиметричної задачі ключове рівняння для визначення нормального до серединної поверхні прогину $w(\alpha)$ запишемо у вигляді

$$\frac{d^4 w}{d\alpha^4} - 2g^2 \frac{d^2 w}{d\alpha^2} + 4\lambda^4 w = 4\lambda^4 R \varepsilon_{22}^0 - R^2 \frac{d^2}{d\alpha^2} (\alpha_{11}^0 + \gamma \alpha_{22}^0) - 2g^2 R \frac{d^2 \varepsilon_{22}^0}{d\alpha^2} + R \frac{d^3 \varepsilon_{13}^0}{d\alpha^3} = 0, \quad (9)$$

де

$$\lambda^4 = \frac{3R^2(1-\nu^2)}{4h^2}, \quad 2g^2 = \frac{E}{k'G'},$$

$\varepsilon_{11}^0(\alpha, \gamma)$, $\varepsilon_{22}^0(\alpha, \gamma)$, $\varepsilon_{13}^0(\alpha, \gamma)$, α_{11}^0 , α_{22}^0 – осьові, колові і зсувні несумісні залишкові деформації серединної поверхні такі, що

$$e_{ij}^0 = \varepsilon_{ij}^0 + \gamma \alpha_{ij}^0.$$

На основі фундаментального розв'язку рівняння (9) з використанням операції згортки будуюмо інтегральні подання компонент тензора залишкових напружень σ_{ij}^T , які виражаються через невідомі ε_{ij}^0 , α_{ij}^0 і ширину зони термічного впливу. Для їх знаходження вибираємо функціонал

$$f(\varepsilon_{ij}^0, \alpha_{ij}^0, \alpha_2) = \sum_{n=1}^{N_1} p_n [\sigma_{ij}^T - \sigma_{ij}^E]^2, \quad (10)$$

де N_1 – кількість колових перерізів, у яких проводиться вимірювання; σ_{ij}^E – експериментально визначені компоненти тензора напружень; p_n – вагові множники.

Мінімізуючи функціонал (10) за параметрами ε_{ij}^0 , α_{ij}^0 , α_2 , знаходимо такі їх значення, при яких нев'язка f між експериментально визначеними і теоретично обчисленими усередненими характеристиками напружень є мінімальною. Знайшовши ці параметри, можна обчислити залишкові напруження у довільній точці оболонки.

Таким чином, задачу про знаходження залишкових напружень біля кільцевого зварного шва розв'язуємо як обернену задачу теорії оболонок із залишковими деформаціями, оскільки причинні характеристики – залишкові пластичні деформації e_{ij}^0 визначаються за результатами вимірювань їх непрямих проявлень σ_{ij}^E [6].

На рис. 2 наведено графік залежності $\sigma_{\beta\beta}$ від віддалі до центру шва. маркерами показано експериментальні результати, а суцільною лінією – теоретичні. $\sigma_{\beta\beta}^E$, визначені з використанням методу спекл-інтерферометрії, усередненої за площею давача різниці головних напружень, визначеної за допомогою електромагнітного методу для труби виготовленої зі сталі X-70 ($\sigma_T = 441.3$ МПа, $\sigma_B = 588.7$ МПа, $E =$

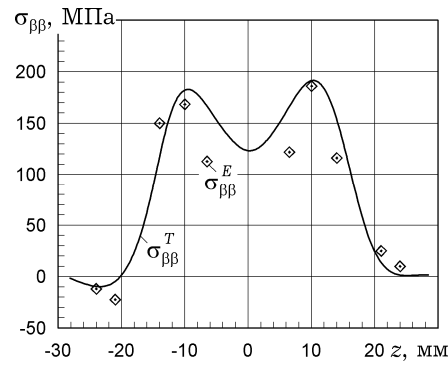


Рис. 2

$= 2 \cdot 10^5$ МПа, $\nu = 0.3$). Розрахунки виконано для геометричних параметрів $2h = 7$ мм, $2R = 219$ мм).

Отже, для розв'язання системи інтегральних рівнянь (6) всі величини та умови тепер відомі. Алгоритм числового розв'язування такої системи сумісно з умовами (7), (8) наведено в [2].

Інтегруючи отриманий розв'язок, розкриття тріщини $\delta(\gamma, \alpha)$ в довільній її точці визначаємо за формулою

$$\delta(\gamma, \alpha) = [v(\alpha/\alpha_1)] + \gamma[\gamma(\alpha/\alpha_1)], \quad |\alpha| < \alpha_1, \quad |\gamma| < h. \quad (11)$$

Прирівнявши праву частину формули (11) до δ_c -критичного значення розкриття фронту тріщини для вибраного матеріалу, отримаємо критеріальне співвідношення, яке зв'язує граничне навантаження із допустимими розмірами тріщини.

4. Числові результати. Як приклад розглянемо оболонку, що знаходиться під дією внутрішнього тиску інтенсивності p ($N_2^0 = Rp$, $M_2^0 = 0$). Оболонка ослаблена внутрішньою параболічною тріщиною

$$d_1(\alpha) = \frac{1}{\tau_0^2}(h - d'_1 - d'_2)\alpha^2 - h + d'_1,$$

$$d_2(\alpha) = -\frac{1}{\tau_0^2}(h - d'_1 - d'_2)\alpha^2 + h - d'_2,$$

де d'_1 і d'_2 – віддаль від вершини відповідної параболи до внутрішньої та зовнішньої поверхні оболонки, $\tau_0 = \ell_0/\ell_1$, $d'_1/h = 0.15$, $d'_2/h = 0.25$. Очевидно, що в цьому випадку $\ell_p = \ell^p$ і відповідно $N^{(1)} = N^{(2)}$ та $M^{(1)} = M^{(2)}$. На рис. 3 наведено графіки залежності відносного розкриття тріщини $\delta^* = \delta_k/\delta$ (тут δ_k – розкриття тріщини при розв'язуванні задачі в рамках теорії Кірхгофа – Лява [1]) у точці A (див. рис. 1) від відносної довжини реальної тріщини α_0 при значенні параметра тонкостінності $h/R = 0.01$ і відносному навантаженні $n^0 = p/(2h\sigma_T) = 0.3$. Числовий аналіз виконано при $k' = 5/6$, $\nu = 0.3$, $E/G' = 2.6$ (ізотропна оболонка).

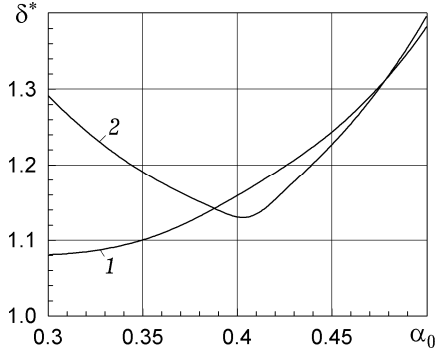


Рис. 3

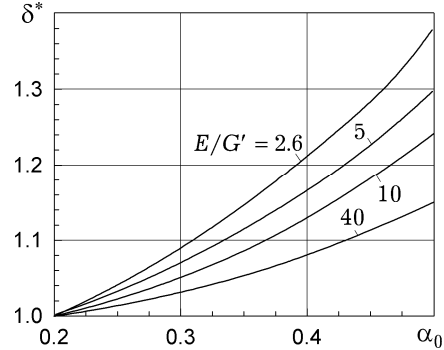


Рис. 4

Крива **1** на рис. 3 відповідає відсутності залишкових напружень ($\sigma_{\beta\beta}^T = 0$), а крива **2** показує вплив $\sigma_{\beta\beta}^T$ на розкриття тріщини. Якщо $\sigma_{\beta\beta}^T > 0$, розкриття більше, ніж при $\sigma_{\beta\beta}^T = 0$, а в зоні стиску, $\sigma_{\beta\beta}^T < 0$, – менше.

На рис. 4 показано графік залежності δ^* від α_0 для різних значень зсувної податливості E/G' , що відповідає реальним матеріалам. Бачимо, що зі збільшенням E/G' розкриття тріщини δ^* зменшується.

У випадку, коли оболонка ослаблена внутрішньою прямокутною тріщиною ($d_1(\alpha) = 0.15h$; $d_2(\alpha) = 0.25h$), її розкриття у точці A в 2–3 рази біль-

ше, ніж у параболічній тріщині. Це залежить від навантаження, геометричних і механічних параметрів. У точці *B* для прямокутної тріщини розкриття в 10–15 разів більше, ніж для параболічної. Якщо прямокутна та параболічна тріщини мають однакову площу, то ця різниця є значно меншою.

1. Кушнір Р. М., Николишин М. М., Осадчук В. А. Пружний та пружнопластичний граничний стан оболонок з дефектами. – Львів: «СПОЛОМ», 2003. – 320 с.
2. Осадчук В. А. Напряженно-деформированное состояние и предельное равновесие оболочек с разрезами. – Киев: Наук. думка, 1985. – 222 с.
3. Панасюк В. В. Механика квазихрупкого разрушения материалов. – Киев: Наук. думка, 1991. – 416 с.
4. Пелех Б. Л. Теория оболочек с конечной сдвиговой жесткостью. – Киев: Наук. думка, 1973. – 248 с.
5. Подстригач Я. С., Осадчук В. А., Марголин А. М. Остаточные напряжения, длительная прочность и надежность стеклоконструкций. – Киев: Наук. думка, 1991. – 296 с.
6. Пороховський Ю. Визначення залишкових напружень у зварних з'єднаннях кусково-однорідних оболонок на основі уточненої теорії оболонок // *Машинознавство*. – 2011. – № 5-6 (167-168). – С. 30–34.
7. Прагер В. Проблемы теории пластичности. – Москва: Физматгиз, 1958. – 136 с.
Te same: Prager W. Probleme der Plastizitätstheorie. – Basel etc.: Birkhauser Verlag, 1955. – 100 S.
8. Тальтов Г. Б. Сварочные деформации и напряжения. – Ленинград: Машиностроение, 1973. – 278 с.
9. Erdogan F. Plastic strip model for thin shell // In: G. C. Sih, H. C. van Elst, D. Broek (Eds.): *Prospects of Fracture Mechanics*. – Leyden: Noordhoff, 1974. – P. 609–612.
10. Sanders J. L. (Jr.) Dugdale model for circumferential through-cracks in pipes loaded by bending // *Int. J. Fract.* – 1987. – **34**, No. 1. – P. 71–81.
11. Timoshenko S. P. On the correction for shear of the differential equation for transverse vibrations of prismatic bars // *Phil. Mag.* – 1921. – Ser. 6. – **41**, No. 245. – P. 744–746. – <https://doi.org/10.1080/14786442108636264>.

ВЛИЯНИЕ ОСТАТОЧНЫХ СВАРНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ НА ПРЕДЕЛЬНОЕ РАВНОВЕСИЕ ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ИЗОТРОПНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ С ВНУТРЕННЕЙ ТРЕЩИНОЙ ПРОИЗВОЛЬНОЙ КОНФИГУРАЦИИ

Упруго-пластическая задача о предельном равновесии трансверсально-изотропной цилиндрической оболочки с внутренней продольной плоской трещиной произвольной конфигурации, находящейся в поле остаточных напряжений, сведена к задаче об упругом равновесии такой же оболочки со сквозной трещиной неизвестной длины. Эта система сведена к системе нелинейных сингулярных интегральных уравнений. Предложен алгоритм численного решения полученной системы совместно с условиями пластичности, условиями ограниченности напряжений и условиями однозначности перемещений.

INFLUENCE OF RESIDUAL WELD STRESSES ON LIMITING EQUILIBRIUM OF A TRANSVERSALLY ISOTROPIC CYLINDRICAL SHELL WITH INTERNAL CRACK OF ARBITRARY CONFIGURATION

The elastic-plastic problem of limiting equilibrium of a transversally isotropic cylindrical shell with an internal longitudinal flat crack of arbitrary configuration, which is in the field of residual stresses, is reduced to a problem of elastic equilibrium of the same shell with a through crack of unknown length. This system is reduced to a system of nonlinear singular integral equations. An algorithm for the numerical solution of the obtained system is proposed in conjunction with the conditions of plasticity, the conditions for the boundedness of stresses, and the conditions for the uniqueness of displacements.

¹ Нац. ун-т «Львів. політехніка», Львів,

Одержано

² Ін-т прикл. проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

01.08.17