

УДК 519.63

А. П. Янковский

ПРАКТИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ СХЕМЫ «КРЕСТ» ПРИ ЧИСЛЕННОМ ИНТЕГРИРОВАНИИ УРАВНЕНИЙ ДИНАМИКИ ДЛЯ ГИБКИХ ТОНКОСТЕННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИИ, ПОДЧИНЯЮЩИХСЯ ГИПОТЕЗАМ ТЕОРИИ ТИМОШЕНКО

В приближении фон Кармана сформулирована начально-краевая задача динамики гибких изотропных и композитных упругих балок-стенок в рамках двух вариантов теории Тимошенко. Проведен качественный анализ разрешающей системы уравнений движения. Продемонстрировано, что в геометрически линейной постановке динамика упругих балок описывается системой гиперболического типа, а в случае деформирования гибких балок система разрешающих уравнений движения может изменить свой тип, выродившись из системы гиперболического типа в систему смешанно-составного типа. Разработаны конечно-разностный и вариационно-разностный варианты явной по времени схемы «крест» для численного интегрирования сформулированных начально-краевых задач. На основе этих численных методов проведены расчеты динамического изгибного деформирования гибких металлических и композитных балок при нагрузках взрывного типа, показавшие, что почти всегда существуют уровни нагружения гибких балок, при которых схема «крест» становится неустойчивой, хотя условие устойчивости, полученное в линейном приближении, выполняется со значительным запасом. Тем самым показано, что при динамическом расчете гибких балок можно говорить только о практической устойчивости схемы «крест», а не об ее условной устойчивости.

ПРАКТИЧНА СТІЙКІСТЬ СХЕМИ «ХРЕСТ» ПРИ ЧИСЛОВОМУ ІНТЕГРУВАННІ РІВНЯНЬ ДИНАМІКИ ДЛЯ ГНУЧКИХ ТОНКОСТІННИХ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ, ЯКІ ЗАДОВОЛНЯЮТЬ ГІПОТЕЗИ ТЕОРІЇ ТИМОШЕНКА

У наближенні Кармана сформульовано початково-крайову задачу динаміки гнучких ізотропних і композитних пружних балок-стінок у рамках двох варіантів теорії Тимошенка. Виконано якісний аналіз визначальної системи рівнянь руху. Продемонстровано, що в геометрично лінійній постановці динаміка пружних балок описується системою гіперболічного типу, а у випадку деформування гнучких балок система визначальних рівнянь руху може змінити свій тип на змішано-складений. Розроблено скінченнорізницевої і варіаційно-різницевої варіанти явної за часом схеми «хрест» для числового інтегрування сформульованих початково-крайових задач. На основі цих числових методів проведено розрахунки динамічного згинного деформування гнучких металічних і композитних балок за навантажень вибухового типу. Обчислення показали, що майже завжди існують такі рівні навантаження гнучких балок, при яких схема «хрест» стає нестійкою, хоч умова стійкості, отримана в лінійному наближенні, виконується зі значним запасом. Тим самим показано, що при динамічному розрахунку гнучких балок можна говорити лише про практичну стійкість схеми «хрест», а не про її умовну стійкість.

PRACTICAL STABILITY OF THE «CROSS» SCHEME IN NUMERICALLY INTEGRATION THE EQUATIONS OF THE DYNAMICS OF FLEXIBLE THIN-WALLED STRUCTURAL ELEMENTS UNDER THE HYPOTHESES OF THE TIMOSHENKO THEORY

In the Von Kármán approximation the initial-boundary value dynamics problem for flexible isotropic and composite elastic beam-walls is formulated within two variants of the Timoshenko theory. Qualitative analysis of the governing equations of motion is carried out. It is shown that in geometrically linear statement the dynamics of elastic beams is described by a system of hyperbolic type, and in the case of deformation of the flexible beams a governing system of equations of motion can change its type, degenerating from a system of hyperbolic type into a system of mixed-compound type. Finite difference and variation-difference variants of the «cross» scheme, explicit in time, are developed for the numerical integration of the formulated boundary value problems. On the basis of these numerical techniques the calculations are carried out for the dynamic flexural deformation of flexible metallic and composite beams under loads of explosive type. The calculations showed that almost always there exist such levels of loading of flexible beams, in which the «cross» scheme becomes unstable, although the stability condition obtained in the linear approximation is true with considerable reserve. Thus it is shown that in the dynamic calculation of flexible beams, one can only talk about the practical stability of the «cross» scheme, and not about its conditional stability.

Ин-т теорет. и прикл. механики
им. С. А. Христиановича СО РАН, Новосибирск, Россия

Получено
12.12.14