

УДК 539.3

С. Ю. Фиалко<sup>1</sup>, Д. Е. Лумельский<sup>2</sup>

### О ЧИСЛЕННОМ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ КРУЧЕНИЯ И ИЗГИБА ПРИЗМАТИЧЕСКИХ СТЕРЖНЕЙ ПРОИЗВОЛЬНОГО ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ

*Разработан программный комплекс определения геометрических характеристик и анализа касательных напряжений призматических стержней произвольного поперечного сечения на этапе препроцессорной и постпроцессорной обработки данных при конечно-элементном анализе. На основе принципа возможных перемещений получены вариационные функционалы для задачи Сен-Венана о кручении призматического стержня и об изгибе поперечной силой, не вызывающей закручивания, которые непосредственно используются для получения разрешающих соотношений метода конечных элементов. На основе теоремы Бетти о взаимности работ определяются координаты центра изгиба. Все соотношения сформулированы относительно функции коробления, что позволяет избежать проблем, связанных с неоднозначностью при использовании функции напряжений Прандтля в случае много-связной области.*

### ПРО ЧИСЕЛЬНЕ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ КРУЧЕННЯ І ЗГИНУ ПРИЗМАТИЧНИХ СТЕРЖНІВ ДОВІЛЬНОГО ПОПЕРЕЧНОГО ПЕРЕРІЗУ

*Розроблено програмний комплекс визначення геометричних характеристик і аналізу дотичних напружень призматичних стержнів довільного поперечного перерізу на етапі препроцесорної і постпроцесорної обробки даних при скінченно-елементному аналізі. На основі принципу можливих переміщень отримано варіаційні функціонали для задачі Сен-Венана про кручення призматичного стержня і про згин поперечною силою, що не викликає закручування, які безпосередньо використано для отримання розв'язувальних співвідношень методу скінченних елементів. На основі теореми Бетті про взаємність робіт визначено координати центру згину. Всі співвідношення сформульовано стосовно функції короблення, що дозволяє уникнути проблем, пов'язаних з неоднозначністю при використанні функції напружень Прандтля у випадку багатозв'язної області.*

### ON NUMERICAL REALIZATION OF TORSION AND BENDING PROBLEMS FOR PRISMATIC BARS WITH ARBITRARY CROSS-SECTIONS

*The software for computing of geometrical characteristics and analysis of shear stresses of prismatic bars with arbitrary cross-sections for application on pre-processor and post-processor stages of FEA software is developed. The variation functionals for Saint-Venant's problem on torsion of prismatic bar and its bending by transversal force without torsion are obtained on the base of principle of virtual displacements. These functionals are used directly for finite element discretization. The coordinates of centre of bending are evaluated on the base of the Maxwell – Betti reciprocal work theorem. All relations are formulated with respect to warping function, which avoids the problems associated with the non-uniqueness by using the Prandtl stress function in the case of a multiply connected domain.*

<sup>1</sup> Tadeusz Kościuszko Cracow  
Univ. of Technology, Краков, Польша,  
<sup>2</sup> Inst. of Fundamental Technological  
Research PAS, Варшава, Польша

Получено  
23.06.11