

UDC 511.3

T. Komatsu*

ON CONVERGENTS OF CERTAIN VALUES OF TASOEV CONTINUED FRACTIONS ASSOCIATED WITH DIOPHANTINE EQUATIONS

Let a real number ξ yield the Tasoev continued fraction. For example, $\xi = [0; a, a^2, a^3, \dots]$ for an integer $a \geq 2$. Let $\eta = |h(\xi)|$, where $h(t)$ is a non-constant rational function with algebraic coefficients. We compute upper and lower bounds for the approximation of the values η derived from the Tasoev continued fractions by rationals x/y such that x and y satisfy Diophantine equations. We show that there are infinitely many coprime integers x and y such that

$|y\eta - x| \ll y^{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{\frac{2 \log a}{3 \log y}}$ and a Diophantine equation holds simultaneously relating x and y and some integer z . Conversely, all positive integers x and y with $y \geq c_0$

solving the Diophantine equation satisfy $|y\eta - x| \gg y^{-1 - \sqrt{\frac{2 \log a}{\log y}}}$.

ПРО НАБЛИЖЕННЯ ДЕЯКИХ ЗНАЧЕНЬ НЕПЕРЕРВНИХ ДРОБІВ ТАСОЄВА, ПОВ'ЯЗАНИХ З ДІОФАНТОВИМИ РІВНЯННЯМИ

Нехай дійсне число ξ породжено неперервним дробом Тасоєва. Наприклад, $\xi = [0; a, a^2, a^3, \dots]$ для цілого числа $a \geq 2$. Нехай $\eta = |h(\xi)|$, де $h(t)$ – відмінна від сталої раціональна функція з алгебраїчними коефіцієнтами. Обчислені верхня і нижня межі наближення значень η , отриманих з неперервних дробів Тасоєва, раціональними x/y такими, що x і y задовольняють діофантові рівняння. Показано, що існує нескінченно багато взаємно простих цілих чисел x і y

таких, що $|y\eta - x| \ll y^{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{\frac{2 \log a}{3 \log y}}$, і діофантове рівняння задовольняє одночасно і пов'язане з x і y деяке ціле число z . Навпаки, всі натуральні числа x і y з

$y \geq c_0$ – розв'язки діофантового рівняння, задовольняють $|y\eta - x| \gg y^{-1 - \sqrt{\frac{2 \log a}{\log y}}}$.

О ПРИБЛИЖЕНИЯХ НЕКОТОРЫХ ЗНАЧЕНИЙ НЕПРЕРЫВНЫХ ДРОБЕЙ ТАСОЕВА, СВЯЗАННЫХ С ДИОФАНТОВЫМИ УРАВНЕНИЯМИ

Пусть действительное число ξ порождено непрерывной дробью Тасоєва. Например, $\xi = [0; a, a^2, a^3, \dots]$ для целого числа $a \geq 2$. Пусть $\eta = |h(\xi)|$, где $h(t)$ – отличная от постоянной рациональная функция с алгебраическими коэффициентами. Вычислены верхняя и нижняя границы приближения значений η , полученных из непрерывных дробей Тасоєва, рациональными x/y такими, что x и y удовлетворяют диофантовым уравнениям. Показано, что существует бесконечно

много взаимно простых целых чисел x и y таких, что $|y\eta - x| \ll y^{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{\frac{2 \log a}{3 \log y}}$, и диофантовому уравнению удовлетворяет одновременно и связанное с x и y некоторое целое число z . Наоборот, все натуральные целые числа x и y с $y \geq c_0$ –

решения диофантового уравнения, удовлетворяют $|y\eta - x| \gg y^{-1 - \sqrt{\frac{2 \log a}{\log y}}}$.

Graduate School of Sci. and Technology
Hiroasaki Univ., Hiroasaki, Japan

Received
22.11.11