

УДК 539.3

Г. Я. Попов<sup>1</sup>, Б. Кебли<sup>2</sup>

### ТОЧНОЕ РЕШЕНИЕ СМЕШАННОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ ДЛЯ БЕСКОНЕЧНОЙ КЛИНОВИДНОЙ ПЛИТЫ С УЧЕТОМ СОБСТВЕННОГО ВЕСА

Построено точное решение смешанной краевой задачи теории упругости для бесконечной клиновидной плиты  $0 \leq r < \infty$ ,  $0 \leq \varphi \leq \omega$ ,  $0 \leq z \leq h$  с учетом действия собственного веса. На гранях плиты  $\varphi = 0$ ,  $\varphi = \omega$  выполняются условия скользящей заделки. На грани  $z = h$  выполняются условия первой основной задачи теории упругости. На грани  $z = 0$  могут быть выполнены два типа граничных условий. В случае действия на плиту только собственного веса получено простое элементарное решение. Это позволило рассмотреть зависимость напряженного состояния плиты только от заданной в постановке задачи нагрузки. Для этого с помощью подходящих интегральных преобразований по переменным  $\varphi$  и  $r$  сформулированные краевые задачи сведены к векторной одномерной краевой задаче. Для получения ее точного решения применено векторное интегральное преобразование Ханкеля в сочетании с теорией матричных дифференциальных уравнений второго порядка.

### ТОЧНИЙ РОЗВ'ЯЗОК ЗМІШАНОЇ КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ ДЛЯ НЕСКІНЧЕНОЇ КЛИНОПОДІБНОЇ ПЛИТИ З УРАХУВАННЯМ ВЛАСНОЇ ВАГИ

Побудовано точний розв'язок змішаної крайової задачі теорії пружності для нескінченної клиноподібної плити  $0 \leq r < \infty$ ,  $0 \leq \varphi \leq \omega$ ,  $0 \leq z \leq h$  з урахуванням власної ваги. На гранях плити  $\varphi = 0$ ,  $\varphi = \omega$  виконуються умови ковзного защемлення. На грані  $z = h$  виконуються умови першої основної задачі теорії пружності. На грані  $z = 0$  можуть виконуватись два типи граничних умов. У випадку, коли на плиту діє тільки власна вага, побудовано простий елементарний розв'язок. Це дозволило досліджувати напружений стан плити лише в залежності від навантаження, заданого у постановці задачі. Для цього за допомогою відповідних інтегральних перетворень за змінними  $\varphi$  та  $r$  сформульовані граничні задачі зведено до векторної одномірної крайової задачі. Для отримання її точного розв'язку застосовано векторне інтегральне перетворення Ганкеля у поєднанні з теорією матричних диференціальних рівнянь другого порядку.

### EXACT SOLUTION OF THE MIXED BOUNDARY-VALUE ELASTICITY PROBLEM FOR INFINITE SECTORIAL PLATE TAKING INTO ACCOUNT THE PROPER WEIGHT

The exact solution of the mixed elasticity boundary-value problem for the infinite sectorial plate  $0 \leq r < \infty$ ,  $0 \leq \varphi \leq \omega$ ,  $0 \leq z \leq h$ , with regard of the proper weight is constructed. On the plate's faces  $\varphi = 0$ ,  $\varphi = \omega$  the conditions of the smooth contact are given. On the edge  $z = h$  the conditions of the first main elasticity problem are satisfied. On the face  $z = 0$  one of the two boundary conditions' types could be given. The simple elementary solution is obtained for case when only the proper weight is loading to the plate. It allowed to consider the plate's stress state depending only on the loading that is given in the problem's statement. For this aim the formulated boundary-value problem is reduced to the vector one-dimensional boundary-value problem with using appropriate integral transforms with respect to the variables  $\varphi$  and  $r$ . The Hankel's vector integral transform in combination with the theory of the second order matrix differential equations are applied for the exact solution construction.

<sup>1</sup> Одесс. нац. ун-т им. И. И. Мечникова, Одесса,

<sup>2</sup> Алжир. нац. политехн. школа, Алжир

Получено

14.02.11