УДК 539.3

Т. В. Карнаухова

АКТИВНОЕ ДЕМПФИРОВАНИЕ ВЫНУЖДЕННЫХ РЕЗОНАНСНЫХ КОЛЕБАНИЙ ИЗОТРОПНОЙ ПОЛОГОЙ ВЯЗКОУПРУГОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПАНЕЛИ ПРИ ДЕЙСТВИИ НА НЕЕ НЕИЗВЕСТНОЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ

При помощи нового подхода рассматривается задача об активном демпфировании вынужденных резонансных колебаний вязкоупругой изотропной цилиндрической панели с шарнирно опертыми торцами. Механическая нагрузка считается неизвестной и находится по экспериментальным показаниям сенсора. Задача решается методом Бубнова – Галеркина. Получена формула для разности потенциалов, которую необходимо подвести к актуатору для демпфирования резонансных колебаний панели. Исследовано влияние размеров сенсоров и актуаторов, диссипативных свойств материалов и температуры на эффективность активного демпфирования вынужденных резонансных колебаний цилиндрической панели.

Введение. Тонкие изотропные цилиндрические панели находят широкое применение во многих областях современной науки и техники: в космической технике, авиа-, автомобиле-, судо-, машиностроении, радиоэлектронике и т. п. Очень часто на них действуют нестационарные и гармонические во времени механические нагрузки. Особенно опасными являются резонансные колебания, когда частота гармонической во времени силы совпадает с собственной частотой колебаний элемента. В связи с этим возникает задача демпфирования вынужденных резонансных колебаний тонких цилиндрических панелей. Для этой цели широко используются пассивные методы демпфирования, когда в структуру элемента включаются компоненты с высокими гистерезисными потерями. По вопросам пассивного демпфирования колебаний тонкостенных элементов опубликовано большое количество работ как отечественных, так и зарубежных ученых-механиков, обзор которых можно найти в монографиях [6, 7]. В последние годы для указанной цели начали применять активные методы, базирующиеся на включении в структуру пассивного (без пьезоэффекта) тонкостенного элемента из металлического, полимерного или композитного материала, пьезоэлектрических компонент [8–10]. Одни из них выполняют функции сенсора, которые дают информацию о механическом состоянии тела, а другие – функции так называемых актуаторов. Существуют два основных подхода к активному демпфированию колебаний. При использовании первого из них для демпфирования колебаний применяются пьезоэлектрические включения, выполняющие функции актуатора. Основная задача при этом состоит в расчете той разности потенциалов, которую необходимо подвести к актуатору для компенсации резонансной составляющей внешней механической нагрузки. Если величина нагрузки известна, то соответствующим выбором разности потенциалов можно полностью задемпфировать определенную (например, первую) моду. При этом амплитуда колебаний на этой моде будет равна нулю. При использовании второго подхода, кроме актуаторов, применяются еще и пьезоэлектрические сенсоры. К актуаторам подводится разность потенциалов, пропорциональная показателям сенсора – току или первой производной по времени от разности потенциалов, снимаемой с сенсоров. Коэффициент пропорциональности носит название коэффициента обратной связи. Тогда изменяются диссипативные характеристики пластины, в результате чего уменьшается амплитуда колебаний. При использовании этого подхода уровень резонансных колебаний можно существенно уменьшить за счет выбора указанного коэффициента обратной связи. В обоих методах необходимо знать внешнюю механическую нагрузку.

В данной статье рассматривается задача об активном демпфировании вынужденных резонансных колебаний изотропной вязкоупругой цилиндрической панели при помощи совместного использования сенсоров и актуаторов в случае, когда внешняя нагрузка неизвестна. При этом используется новый подход, суть которого состоит в следующем. По показаниям сенсора – заряду или разности потенциалов – восстанавливается внешняя нагрузка. После этого используется первый из указанных выше подходов, когда к актуатору подводится разность потенциалов, которая рассчитывается по экспериментальным показаниям сенсора. В дальнейшем будем называть его третьим подходом.

Таким образом, при использовании этого подхода подводимая к актуатору разность потенциалов для демпфирования колебаний по соответствующей моде рассчитывается по экспериментальным показателям сенсора – току или разности потенциалов в зависимости от типа электрических граничных условий. При этом амплитуда колебаний на рассматриваемой моде становится равной нулю. Это принципиально отличает третий подход от указанного выше второго подхода, при использовании которого имеет место лишь уменьшение амплитуды вынужденных резонансных колебаний за счет увеличения коэффициента затухания.

Постановка задачи. Рассмотрим цилиндрическую панель размером $a \times b$, на которую действует давление $p(x,y)e^{i\omega t}$, изменяющееся во времени по гармоническому закону с частотой, близкой к резонансной. Для моделирования колебаний панели используются гипотезы Кирхгоффа – Лява, дополненные адекватными им гипотезами относительно распределения электрических полевых величин [1–4]. Пассивные слои могут быть металлическими, полимерными либо композитными. Будем считать их изотропными. Пьезоактивные слои считаются трансверсально-изотропными и поляризованными по толщине пластины. Если между слоями электроды отсутствуют, то на границе их раздела имеет место идеальный механический и электрический контакт. Диссипативные свойства материалов пассивных и пьезоактивных слоев учитываются на основе концепции комплексных характеристик [5]. Основные соотношения теории оболочек с распределенными сенсорами и актуаторами представлены в работах [5, 8, 10]. Приведем те из них, которые используются в дальнейшем. Ограничимся случаем трехслойной цилиндрической панели, средний слой толщиной h_0 которой изготовлен из пассивного изотропного вязкоупругого материала, а два внешних слоя одинаковой толщины h_1 – из пьезоэлектрических трансверсально-изотропных вязкоупругих материалов с противоположным направлением поляризации. Тогда комплексные определяющие уравнения для усилий и моментов будут иметь следующий вид [5]:

$$N_1 = D_N(\varepsilon_1 + \nu_N\varepsilon_2), \qquad N_2 = D_N(\varepsilon_2 + \nu_N\varepsilon_2), \qquad S = \frac{1-\nu_N}{2} D_N\varepsilon_{12},$$
$$M_1 = D_M(æ_1 + \nu_M æ_2) + M_0, \qquad M_2 = D_M(æ_2 + \nu_M æ_2) + M_0,$$
$$H = \frac{1-\nu_M}{2} D_M æ_{12}. \tag{1}$$

Общая толщина панели $h = h_0 + 2h_1$.

Величина $\tilde{M}_0 = M_0 e^{i\omega t}$ играет основную роль при демпфировании резонансных колебаний. Именно за счет соответствующего выбора этой величины и компенсируется механическая нагрузка при использовании первого из указанных выше методов.

В работе [5] приведены выражения для жесткостных характеристик уравнений состояния (1) для случаев слоистых пьезоэлектрических тонкостенных элементов произвольной структуры. Так, например, если пьезоактивные слои трехслойной пьезопанели имеют одинаковую толщину и одинаковые свойства, за исключением того, что они имеют противоположную поляризацию ($\overset{2}{d}_{31} = -\overset{1}{d}_{31}$), то имеют место такие выражения для комплексных электромеханических характеристик в определяющих уравнениях (1):

– в присутствии внутренних электродов, к которым подведены разности потенциалов $V_1 = -V_2 = \frac{1}{2}V_0$:

$$D_N = h_0\overset{0}{B}_{11} + 2h_1\overset{1}{B}_{11}, \qquad \nu_N = \left(h_0\overset{0}{B}_{12} + 2h_1\overset{1}{B}_{12}\right)\frac{1}{D_N},$$

$$D_M = \frac{h_0^3}{12}\overset{0}{B}_{11} + \frac{2}{3}\left\{\overset{1}{B}_{11} + \left(1+\overset{1}{\nu}\right)\overset{1}{B}_{11}k_p^2\frac{1}{2(1-k_p^2)}\left[1 - \frac{3}{4h_1}\left[\left(\frac{h_0}{2}+h_1\right)^2 - \left(\frac{h_0}{2}\right)^2\right]^2\cdot\left[\left(\frac{h_0}{2}+h_1\right)^3 - \left(\frac{h_0}{2}\right)^3\right]^{-1}\right]\right\}\cdot\left[\left(\frac{h_0}{2}+h_1\right)^3 - \left(\frac{h_0}{2}\right)^3\right],$$

$$\nu_M = \left\{\frac{h_0^3}{12}\overset{0}{B}_{12} + \frac{2}{3}\left\{\overset{1}{B}_{12} + \left(1+\overset{1}{\nu}\right)\overset{1}{B}_{12}k_p^2\frac{1}{2(1-k_p^2)}\left[1 - \frac{3}{4h_1}\left[\left(\frac{h_0}{2}+h_1\right)^2 - \left(\frac{h_0}{2}\right)^2\right]^2\cdot\left[\left(\frac{h_0}{2}+h_1\right)^3 - \left(\frac{h_0}{2}\right)^3\right]^{-1}\right]\right\}\cdot\left[\left(\frac{h_0}{2}+h_1\right)^3 - \left(\frac{h_0}{2}\right)^3\right]\frac{1}{D_M},\right.$$

$$M_0 = \frac{1}{2}\overset{1}{\gamma}_{31}(h_1 + h_0)V_0; \tag{2}$$

– в отсутствие внутренних электродов:

$$D_N = h_0\overset{0}{B}_{11} + 2h_1\left(\overset{1}{B}_{11} + \frac{1+\overset{1}{\upsilon}}{2}\overset{1}{B}_{11}\left(\overset{1}{k}_p\right)^2\cdot\left[1-\left(\overset{1}{k}_p\right)^2\right]^{-1}\right),$$

$$D_M = \frac{h_0^3}{12}\overset{0}{B}_{11} + \frac{2}{3}\left\{\overset{1}{B}_{11} + \left(1+\overset{1}{\nu}\right)\overset{1}{B}_{11}k_p^2\frac{1}{2(1-k_p^2)}\left[1 - \frac{3}{4h_1}\left[\left(\frac{h_0}{2}+h_1\right)^2 - \left(\frac{h_0}{2}\right)^2\right]^2\cdot\left[\left(\frac{h_0}{2}+h_1\right)^3 - \left(\frac{h_0}{2}\right)^3\right]^{-1}\right]\right\}\times$$
$$\times\left[\left(\frac{h_0}{2}+h_1\right)^3 - \left(\frac{h_0}{2}\right)^3\right]\cdot\frac{2h_1\overset{0}{\gamma}_{33}}{h_0\overset{1}{\gamma}_{33} + 2h_1\overset{0}{\gamma}_{33}},$$

$$\nu_M = \left\{\frac{h_0^3}{12}\overset{0}{B}_{12} + \frac{2}{3}\left\{\overset{1}{B}_{12} + \left(1+\overset{1}{\nu}\right)\overset{1}{B}_{12}k_p^2\frac{1}{2(1-k_p^2)}\left[1 - \frac{3}{4h_1}\left[\left(\frac{h_0}{2}+h_1\right)^2 - \left(\frac{h_0}{2}\right)^2\right]^2\cdot\left[\left(\frac{h_0}{2}+h_1\right)^3 - \left(\frac{h_0}{2}\right)^3\right]^{-1}\right]\right\}\times\right.$$
$$\times\left[\left(\frac{h_0}{2}+h_1\right)^3 - \left(\frac{h_0}{2}\right)^3\right]\cdot\frac{2h_1\overset{0}{\gamma}_{33}}{h_0\overset{1}{\gamma}_{33} + 2h_1\overset{0}{\gamma}_{33}}\frac{1}{D_M},$$

$$M_0 = \frac{\overset{0}{\gamma}_{31}h_1(h_0+h_1)\overset{0}{\gamma}_{33}}{h_0\overset{1}{\gamma}_{33} + 2h_1\overset{0}{\gamma}_{33}}V_0. \tag{3}$$

Здесь для пассивного изотропного материала

$$\overset{0}{B}_{11} = \overset{0}{B}_{22} = \frac{\overset{0}{E}}{1-\nu^2}, \qquad \overset{0}{B}_{12} = \nu\overset{0}{B}_{11}.$$

Для пьезоэлектрического трансверсально-изотропного материала

$$\overset{k}{B}_{11} = \overset{k}{B}_{22} = \left\{ \overset{k}{S}_{11} \left[1 - \overset{k}{\nu}{}^2 \right] \right\}^{-1}, \qquad \overset{k}{B}_{12} = \overset{k}{\nu}\,\overset{k}{B}_{11},$$

$$\overset{k}{B}_{66} = \frac{1}{2}\left[1-\overset{k}{\nu}\right]\overset{k}{B}_{11}, \qquad \overset{k}{\gamma}_{31} = \overset{k}{d}_{31}\left\{\overset{k}{S}{}^E_{11}\left[1-\overset{k}{\nu}{}^2\right]\right\}^{-1}, \qquad \overset{k}{\gamma}_{33} = \overset{k}{\varepsilon}{}^T_{33}\left[1-\overset{k}{k}{}^2_p\right],$$

$$\overset{k}{k}{}^2_p = 2\,\overset{k}{d}{}^2_{31}\left\{\overset{k}{\varepsilon}{}^T_{33}\,\overset{k}{S}{}^E_{11}\left[1-\overset{k}{\nu}\right]\right\}^{-1}, \qquad \overset{1}{d}_{31} = -\overset{2}{d}_{31} > 0, \qquad \overset{k}{\nu} = -\,S^E_{12}\,\frac{1}{\overset{k}{S}{}^E_{11}}.$$

Уравнения вынужденных колебаний пологой цилиндрической панели в декартовой системе координат имеют вид [1, 2, 5]

$$\frac{\partial N_1}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial y} = 0, \qquad \frac{\partial S}{\partial x} + \frac{\partial N_2}{\partial y} = 0,$$

$$\frac{\partial^2 M_1}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 H}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_2}{\partial y^2} + \frac{1}{R}N_2 + p(x,y) + \tilde{\rho}\omega^2 w = 0. \tag{4}$$

Здесь $\tilde{\rho}$ − приведенная плотность.

Кинематические соотношения в этих координатах имеют вид:

$$\varepsilon_1 = \frac{\partial u}{\partial x}, \qquad \varepsilon_2 = \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{1}{R}w, \qquad \varepsilon_{12} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x},$$

$$æ_1 = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad æ_2 = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \qquad æ_{12} = -2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}. \tag{5}$$

Для пологой цилиндрической панели уравнение совместности деформаций имеет вид

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial x \partial y} = -\frac{1}{R}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}. \tag{6}$$

Функции усилий

$$N_1 = h\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2}, \qquad N_2 = h\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}, \qquad S = -h\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \tag{7}$$

тождественно удовлетворяют первые два уравнения (4).

Из уравнений состояния (1) получим

$$\varepsilon_x = \frac{N_1 - \nu_N N_2}{(1-\nu_N^2)D_N}, \qquad \varepsilon_y = \frac{N_2 - \nu_N N_1}{(1-\nu_N^2)D_N}, \qquad \varepsilon_{xy} = \frac{2S}{(1-\nu_N)D_N}. \tag{8}$$

Подставляя в уравнения (8) соотношения (7), а полученный результат в уравнения совместности деформаций (6), находим первое разрешающее уравнение:

$$\frac{h}{(1-\nu_N^2)D_N}\Delta\Delta\Phi + \frac{1}{R}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0. \tag{9}$$

Используя третье из уравнений движения (4), уравнения состояния (1) и соотношения (7), приходим ко второму разрешающему уравнению:

$$D_M \Delta\Delta w - \frac{h}{R}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - \tilde{\rho}\omega^2 w - q(x,y) = 0, \tag{10}$$

где

$$q = p + \Delta M_0, \qquad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}.$$

Таким образом, комплексная разрешающая система уравнений для пологой изотропной цилиндрической панели имеет вид (9), (10).

К этой системе добавим граничные условия, отвечающие случаю шарнирного опирания торцов панели:

$$w = 0, \qquad M_x = 0, \qquad \Phi = 0, \qquad \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = 0, \qquad x = 0, a\,,$$

$$w = 0, \qquad M_y = 0, \qquad \Phi = 0, \qquad \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0, \qquad y = 0, b\,. \tag{11}$$

Уравнения (9)–(11) дают возможность исследовать активное демпфирование цилиндрической панели при действии на нее неизвестной механической нагрузки. Задача состоит в расчете той разности потенциалов, которую необходимо подвести к актуатору для компенсации механической нагрузки. В связи с тем, что нагрузка является неизвестной, ее надо восстановить по экспериментальным показаниям сенсора.

Аналитическое решение задачи. Для шарнирного опирания торцов цилиндрической панели решение задачи о ее вынужденных резонансных колебаниях по некоторой моде при действии на нее гармонических механической и электрической нагрузок будем искать в виде

$$w = w_{mn} \sin k_m x \sin p_n y, \qquad \Phi = \Phi_{mn} \sin k_m x \sin p_n y\,, \tag{12}$$

где $k_m = \dfrac{m\pi}{a}$, $p_n = \dfrac{n\pi}{b}$.

Резонансные составляющие механической и электрической нагрузки также представляются в виде

$$p_0 = q_{mn} \sin k_m x \sin p_n y, \qquad M_0 = M_{mn} \sin k_m x \sin p_n y\,. \tag{13}$$

Пусть центр актуатора размещен в точке (ξ, η), а его размеры равны (c, d). Тогда получим

$$M_{mn} = \frac{16 M_0 \varphi(\xi, \eta, c, d)}{ab k_m p_n},$$

$$\varphi(\xi, \eta, c, d) = \sin k_m \xi \sin p_n \eta \sin \frac{k_n c}{2} \sin \frac{p_n d}{2}\,. \tag{14}$$

Для определения w_{mn}, Φ_{mn} можно использовать вариационные методы либо метод Бубнова – Галеркина. В соответствии с последним подставим (12), (13) в уравнения (9), (10), а полученный результат умножим на функцию формы и проинтегрируем по площади оболочки. В результате получим следующие соотношения:

$$w_{mn} = \frac{\Delta_{1mn}}{\Delta_{2mn}}, \qquad \Phi_{mn} = \frac{k_m^2}{hR\Delta_{mn}} w_{mn}\,, \tag{15}$$

где

$$\Delta_{1mn} = p_{mn} - (k_m^2 + p_n^2) M_{mn}, \qquad \Delta_{2mn} = D_M (k_m^2 + p_n^2)^2 + \frac{k_m^4}{R^2 \Delta_{mn}} - \tilde{\rho}\omega^2,$$

$$\Delta_{mn} = h(k_m^2 + p_n^2)^2 \frac{1}{(1 - \nu_N^2) D_N}\,. \tag{16}$$

Для реализации указанного выше подхода к демпфированию колебаний при неизвестной механической нагрузке необходимо иметь выражения для показаний сенсора при действии на панель только механической нагрузки. Для коротко-замкнутых электродов величина заряда на сенсоре определяется выражением

$$Q = -\gamma_{31}(h_0 + h_1) \iint\limits_{(S_1)} (æ_1 + æ_2)\, dx\, dy\,. \tag{17}$$

Для разомкнутых электродов разность потенциалов определяется по формуле

$$V_S = \frac{h_1 Q}{S_1 \gamma_{33}}\,. \tag{18}$$

Для определения показаний сенсора при колебаниях по некоторой моде (m, n) подставим (12) в формулы (17), (18) и вычислим интегралы по площади сенсора. Будем считать, что пьезоэлектрические включения выполняют одновременно функции сенсора и актуатора. Поэтому разместим сенсор таким же образом, как и актуатор. После соответствующих вычислений получим следующее выражение для показания сенсора при колебаниях цилиндрической панели по моде (m, n) :

$$Q_{mn} = -4\gamma_{31}(h_0 + h_1)\frac{\varphi(\xi, \eta, c, d)}{k_m p_n} w_{mn}. \tag{19}$$

Разность потенциалов сенсора при механических колебаниях по определенной моде определяется соотношением

$$V_{Smn} = \frac{h_1 Q_{mn}}{S_1 \gamma_{33}}. \tag{20}$$

Решение задачи о резонансных механических колебаниях панели по моде (m, n) имеет следующий вид:

$$w_{mn} = \frac{p_{mn}}{\Delta_{2mn}}. \tag{21}$$

Собственная частота резонансных колебаний определяется из выражения

$$\omega_{mn} = \sqrt{\frac{1}{\tilde{\rho}}\left[D'_M(k_m^2 + p_n^2)^2 + \frac{k_m^4 \Delta'_{mn}}{R^2(\Delta'^2_{mn} + \Delta''^2_{mn})}\right]}. \tag{22}$$

При резонансных колебаниях считается, что частота механической и электрической нагрузки близка к частоте ω_{mn}. Именно в окрестности этой частоты и совершаются колебания панели. Подставляя (21) в (19), (20), получим связь между показаниями сенсора и нагрузкой:

$$p_{mn} = -\frac{Q_{mn}\Delta_{2mn}}{4\gamma_{31}(h_0 + h_1)\varphi(\xi, \eta, c, d)}, \tag{23}$$

$$p_{mn} = -\frac{S_1\gamma_{33}V_{Smn}\Delta_{2mn}}{4\gamma_{31}h_1(h_0 + h_1)\varphi(\xi, \eta, c, d)}. \tag{24}$$

Полученные формулы дают возможность реализовать третий из указанных выше подходов.

Анализ решения. Из (15), (16) видно, что для компенсации внешней механической нагрузки к актуатору необходимо подвести разность потенциалов, определяемую из соотношения

$$V_A = \frac{ab}{16 f_1}\frac{k_m p_n p_{mn}}{(k_m^2 + p_n^2)}\frac{1}{\varphi(\xi, \eta, c, d)}. \tag{25}$$

Здесь согласно (2), (3) $f_1 = \frac{1}{2}\overset{1}{\gamma}_{31}(h_1 + h_0)$ либо $f_1 = \dfrac{\overset{0}{\gamma}_{31} h_1(h_0 + h_1)\overset{0}{\gamma}_{33}}{h_0 \overset{1}{\gamma}_{33} + 2h_1 \overset{0}{\gamma}_{33}}$ в зависимости от присутствия или отсутствия внутренних электродов.

При выполнении соотношения (25) амплитуда изгибных колебаний на рассматриваемой моде будет равна нулю. При этом из второго из соотношений (15) имеем $\Phi_{mn} = 0$.

Соотношение (25) имеет место и в случае зависимости свойств материала от температуры, например, температуры диссипативного разогрева и даже при учете физической нелинейности материалов. Из него следует, что если свойства активного материала не зависят от температуры или от амплитудных значений деформаций, то необходимая для компенсации основной моды колебаний разность потенциалов не зависит от свойств пассивного материала, так что в таком случае на эту величину не влияет ни температура, ни физическая нелинейность. Это очень важный факт, поскольку он позволяет рассчитывать указанную разность потенциалов по простейшей линейной теории вязкоупругости. Если же свойства пьезоматериала зависят от температуры или от амплитуд деформаций, то из формулы (25) видно, что разность потенциалов может существенно измениться в зависимости от чувствительности γ_{31} к изменению температуры или амплитуды колебаний.

Основные недостатки подхода, основанного на формуле (25), состоят в том, что ***1***) свободные колебания не демпфируются и ***2***) необходимо знать внешнюю механическую нагрузку. Первый недостаток устраняется наличием внутренних потерь в материалах. Для устранения второго недостатка используем упомянутый выше третий подход, основанный на формулах (23)–(25).

Подставим найденную из выражений (22), (23) нагрузку в формулу (25) для потенциала актуатора, компенсирующую данную нагрузку. В результате получим следующие выражения для этого потенциала:

$$V_A = -\frac{ab}{64 f_1} \frac{(k_m p_n)^2 \Delta_{2mn} Q_{mn}}{\gamma_{31}(h_0 + h_1)(k_m^2 + p_n^2)\varphi(\xi, \eta, c, d)}, \tag{26}$$

$$V_A = -\frac{ab}{64 f_1} \frac{(k_m p_n)^2 \Delta_{2mn} V_{Smn} \gamma_{33} S_1}{\gamma_{31} h_1 (h_0 + h_1)(k_m^2 + p_n^2)\varphi(\xi, \eta, c, d)}. \tag{27}$$

Как видно, при использовании предлагаемого подхода к актуатору подводится разность потенциалов, определяемая по экспериментальным показаниям сенсора по формулам (26), (27).

Эффективность активного демпфирования вынужденных резонансных колебаний панели зависит от эффективности работы сенсоров и актуаторов. При заданной величине нагрузки тот актуатор работает эффективнее, к которому необходимо подвести меньшую разность потенциалов для компенсации заданной нагрузки. Считается, что при заданной механической нагрузке тот сенсор работает эффективнее, у которого показатели больше. Как видно из формул (19), (20), (25), эффективность пьезовключений зависит от их размещения и размеров, которые в свою очередь зависят от моды колебаний. Анализ влияния этих факторов сводится к анализу функции $\varphi(\xi, \eta, c, d)$ на экстремум. Такой анализ для прямоугольной пластины представлен в [5]. Так как функции $\varphi(\xi, \eta, c, d)$ для панели и пластины одинаковы, то представленные в [5] результаты имеют место и для цилиндрической панели.

Наибольшую опасность для работоспособности конструкций представляют колебания на наиболее энергоемкой минимальной частоте. Для определения этой частоты необходимо исследовать выражение под корнем в формуле (22) на минимум. При этом можно показать, что для пологой цилиндрической панели для широкого диапазона геометрических параметров и жесткостных характеристик минимальной частоте отвечают значения $m = n = 1$. Для этого случая эффективность работы пьезовключений будет самой высокой при полном покрытии панели сенсорами и актуаторами.

Выводы. Решена задача об активном демпфировании вынужденных резонансных колебаний изотропной вязкоупругой цилиндрической панели при помощи пьезоэлектрических включений для случая, когда внешняя механическая нагрузка неизвестна. Для решения задачи используется метод Бубнова – Галеркина. Получены формулы для восстановления механической нагрузки по экспериментальным показаниям сенсора – заряду либо разности потенциалов. После определения нагрузки для демпфирования колебаний к актуатору подводится разность потенциалов, которая компенсирует действие внешней нагрузки. При этом амплитуда колебаний по соответствующей моде становится равной нулю. В формулу для указанной разности потенциалов входят экспериментальные показания сенсора. Исследовано влияние размещения сенсоров и актуаторов, их размеров, вязкости и температуры на эффективность работы сенсоров и актуаторов и на эффективность активного демпфирования с их помощью. Из полученных формул видно, что обязательным условием эффективного демпфирования вынужденных резонансных колебаний по предлагаемому методу является наличие вязкости в материале пассивного слоя. При ее отсутствии показания сенсора на резонансе при приближении к резонансной частоте стремятся к бесконечности. При малой вязкости материала управление колебаниями становится очень чувствительным к ошибкам измерений.

1. *Амбарцумян С. А.* Теория анизотропных пластин. – Москва: Наука, 1967. – 266 с.
2. *Гринченко В. Т., Улитко А. Ф., Шульга Н. А.* Электроупругость. – Киев: Наук. думка, 1989. – 280 с. – (Механика связанных полей в элементах конструкций: В 5 т. – Т. 5.)
3. *Карнаухов В. Г., Киричок И. Ф.* Вынужденные гармонические колебания и диссипативный разогрев вязкоупругих тонкостенных элементов // В кн.: Успехи механики: В 6 т. / Под ред. А. Н. Гузя. – Т. 1. – Киев: АСК., 2005. – С. 107–130.
4. *Карнаухов В. Г., Киричок И. Ф.* Электротермовязкоупругость. – Киев: Наук. думка, 1988. – 328 с. – (Механика связанных полей в элементах конструкций: В 5 т. – Т. 4.)
5. *Карнаухов В. Г., Михайленко В. В.* Нелинейная термомеханика пьезоэлектрических неупругих тел при моногармоническом нагружении. – Житомир: Житомир. інж.-технолог. ін-т, 2005. – 426 с.
6. *Матвеев В. В.* Демпфирование колебаний деформируемых тел. – Киев: Наук. думка, 1985. – 264 с.
7. *Нашиф А., Джоунс Д., Хендерсон Дж.* Демпфирование колебаний. – Москва: Мир, 1988. – 448 с.
8. *Gabbert U., Tzou H. S.* Smart structures and structronic systems. – Dordrecht: Kluver Acad. Publ., 2001. – 384 p.
9. *Tani J., Takagi T., Qiu J.* Intelligent material systems: Applications of functional materials // Appl. Mech. Rev. – 1998. – **51**, No. 8. – P. 505–521.
10. *Tzou H. S., Bergman L. A.* Dynamics and control of distributed systems. – Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1998. – 400 p.

АКТИВНЕ ДЕМПФУВАННЯ ВИМУШЕНИХ РЕЗОНАНСНИХ КОЛИВАНЬ ІЗОТРОПНОЇ ПОЛОГОЇ В'ЯЗКОПРУЖНОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ПАНЕЛІ ПРИ ДІЇ НА НЕЇ НЕВІДОМОГО МЕХАНІЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

За допомогою нового підходу розглянуто задачу про активне демпфування вимушених резонансних коливань ізотропної в'язкопружної циліндричної панелі з шарнірно обпертими торцями. Механічне навантаження вважається невідомим і визначається з експериментальних показників сенсора. Задача розв'язується методом Бубнова – Гальоркіна. Одержано формулу для різниці потенціалів, яку потрібно підвести до актуатора для демпфування резонансних коливань панелі. Досліджено вплив розмірів сенсорів та актуаторів, дисипативних властивостей матеріалів і температури на ефективність активного демпфування вимушених резонансних коливань циліндричної панелі.

ACTIVE DAMPING OF FORCED RESONANT VIBRATIONS OF ISOTROPIC SHALLOW VISCOELASTIC CYLINDRICAL PANEL UNDER UNKNOWN MECHANICAL LOADING

By a new approach active damping of the forced resonant vibrations of isotropic viscoelastic cylindrical panel with simply supported edges is considered. It is supposed that mechanical load is unknown. It is found by experimental data of a sensor. The problem is solved by the Bubnov – Galerkin method. A formula for the potential difference to damp the forced vibrations of the panel is obtained. Influence of dimensions of the sensors and actuators, dissipative material properties and temperature on effectiveness of active damping forced resonant vibrations is investigated.

Нац. техн. ун-т Украины «КПИ», Киев

Получено
01.09.08