

УДК 517.95

П. І. Каленюк<sup>1,2</sup>, І. В. Когут<sup>1</sup>, З. М. Нитребич<sup>1</sup>

### **ЗАДАЧА З НЕЛОКАЛЬНОЮ ДВОТОЧКОВОЮ УМОВОЮ ЗА ЧАСОМ ДЛЯ ОДНОРІДНОГО РІВНЯННЯ ІЗ ЧАСТИННИМИ ПОХІДНИМИ НЕСКІНЧЕННОГО ПОРЯДКУ ЗА ПРОСТОРОВИМИ ЗМІННИМИ**

*Виділено клас однозначної розв'язності задачі з нелокальною крайовою умовою для однорідного рівняння із частинними похідними першого порядку за часом і нескінченного порядку за просторовими змінними зі сталими комплексними коефіцієнтами. У класі квазіполіномів спеціального вигляду вказано формули для побудови розв'язку задачі, які потребують скінченної кількості операцій диференціювання аналітично заданих функцій. За умови існування неєдиного розв'язку задачі вказано алгоритм побудови її часткового розв'язку.*

### **ЗАДАЧА С НЕЛОКАЛЬНИМ ДВУХТОЧЕЧНИМ УСЛОВИЕМ ПО ВРЕМЕНИ ДЛЯ ОДНОРОДНОГО УРАВНЕНИЯ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ БЕСКОНЕЧНОГО ПОРЯДКА ПО ПРОСТРАНСТВЕННЫМ ПЕРЕМЕННЫМ**

*Выделен класс однозначной разрешимости задачи с нелокальным краевым условием для однородного уравнения в частных производных первого порядка по времени и бесконечного порядка по пространственным переменным с постоянными комплексными коэффициентами. В классе квазиполиномов специального вида указаны формулы для построения решения задачи, требующие конечного числа операций дифференцирования аналитически заданных функций. При условии существования неединственного решения указан алгоритм построения частного решения задачи.*

### **PROBLEM WITH NONLOCAL TWO-POINT CONDITION IN TIME VARIABLE FOR HOMOGENEOUS PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATION OF INFINITE ORDER IN SPATIAL VARIABLES**

*We specify a class of univalent solvability of the problem with nonlocal boundary value condition for a homogeneous partial differential equation of the first order in time and infinite order in spatial variables with constant complex coefficients. In the class of quasi-polynomials of a special kind, we give the formulas for constructing the solution of the problem. Those formulas need a finite number of differentiation operations applied to functions given analytically. In the case of existence of a non-unique solution, we propose an algorithm of constructing a partial solution of the problem.*

<sup>1</sup> Ін-т прикл. математики та фундам. наук  
нац. ун-ту «Львів. політехніка», Львів,

<sup>2</sup> Жешувський університет, Жешув, Польща

Одержано

28.08.08

УДК 517.95

М. І. Іванчов, Н. М. Гринців

### **ОБЕРНЕНА ЗАДАЧА ДЛЯ ПАРАБОЛІЧНОГО РІВНЯННЯ ЗІ СЛАБКИМ ВИРОДЖЕННЯМ В ОБЛАСТІ З ВІЛЬНОЮ МЕЖЕЮ**

*В області з вільною межею розглянуто обернену задачу визначення залежного від часу старшого коефіцієнта параболічного рівняння, який при  $t \rightarrow 0$  прямує до нуля, як деяка задана функція. Встановлено умови існування та єдиності класичного розв'язку у випадку слабого виродження.*

### **ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ СО СЛАБЫМ ВЫРОЖДЕНИЕМ В ОБЛАСТИ СО СВОБОДНОЙ ГРАНИЦЕЙ**

*В области со свободной границей рассмотрена обратная задача определения зависящего от времени старшего коэффициента параболического уравнения, который при  $t \rightarrow 0$  стремится к нулю, как некоторая заданная функция. Установлены условия существования и единственности классического решения в случае слабого вырождения.*

### **INVERSE PROBLEM FOR WEAKLY DEGENERATE PARABOLIC EQUATION IN A FREE BOUNDARY DOMAIN**

*In a free boundary domain we consider the inverse problem of determination of the time-dependent major coefficient in a parabolic equation which tends to zero when  $t \rightarrow 0$  as some given function. Conditions of existence and uniqueness of the classical solution to the named problem are established in the case of weak degeneration.*

Львів. нац. ун-т імені Івана Франка, Львів

Одержано  
19.05.08

УДК 517.95

Г. А. Снітко

### **КОЕФІЦІЄНТНА ОБЕРНЕНА ЗАДАЧА ДЛЯ ПАРАБОЛІЧНОГО РІВНЯННЯ В ОБЛАСТІ З ВІЛЬНОЮ МЕЖЕЮ**

*Встановлено умови локального існування та єдиності розв'язку оберненої задачі для параболічного рівняння з невідомими молодшими коефіцієнтами в області з вільною межею.*

### **КОЭФФИЦИЕНТНАЯ ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ В ОБЛАСТИ СО СВОБОДНОЙ ГРАНИЦЕЙ**

*Установлены условия локального существования и единственности решения обратной задачи для параболического уравнения с неизвестными младшими коэффициентами в области со свободной границей.*

### **COEFFICIENT INVERSE PROBLEM FOR PARABOLIC EQUATION IN FREE BOUNDARY DOMAIN**

*We establish conditions of local existence and uniqueness of the solution to the inverse problem for a parabolic equation with unknown minor coefficients in a free boundary domain.*

Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано  
11.02.08

УДК 517.95+511.72

В. С. Ільків<sup>1,2</sup>, І. Я. Савка<sup>2</sup>

### НЕЛОКАЛЬНА ДВОТОЧКОВА ЗАДАЧА ДЛЯ РІВНЯНЬ ІЗ ЧАСТИННИМИ ПОХІДНИМИ ТА ЛІНІЙНО ЗАЛЕЖНИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ

*У декартовому добутку часового відрізка та просторового багатовимірного тора досліджено задачу з нелокальними двоточковими крайовими умовами за часом для безтипного диференціального рівняння із частинними похідними другого порядку зі сталими лінійно залежними коефіцієнтами. Встановлено умови однозначної розв'язності задачі у шкалі просторів Соболева. Доведено метричні теореми про оцінки знизу малих знаменників на лінійних многовидках.*

### НЕЛОКАЛЬНАЯ ДВУХТОЧЕЧНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЙ С ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ И ЛИНЕЙНО ЗАВИСИМЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

*В области, являющейся декартовым произведением часового отрезка и пространственного многомерного тора, исследована задача с нелокальными двухточечными краевыми условиями по времени для безтипного дифференциального уравнения в частных производных второго порядка с постоянными линейно зависимыми коэффициентами. Установлены условия однозначной разрешимости задачи в шкале пространств Соболева. Доказаны метрические теоремы об оценках снизу малых знаменателей на линейных многообразиях.*

### NONLOCAL TWO-POINT PROBLEMS FOR PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH LINEARLY DEPENDENT COEFFICIENTS

*The nonlocal two-point problem for typeless partial differential equations of the second order with constant and linearly dependent coefficients in the domain, which is Cartesian product of a time interval and a multidimensional torus, is investigated. Conditions of existence of unique solution in the Sobolev spaces to the problem are obtained. Metric theorems of estimates from below of small denominators on linear manifolds are proved.*

<sup>1</sup> Нац. ун-т «Львів. політехніка», Львів,

<sup>2</sup> Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано  
21.03.08

УДК 519.62

Л. Б. Гнатів, М. В. Кутнів, А. І. Чухрай

### **УЗАГАЛЬНЕНІ ТРИТОЧКОВІ РІЗНИЦЕВІ СХЕМИ ВИСОКОГО ПОРЯДКУ ТОЧНОСТІ ДЛЯ НЕЛІНІЙНИХ ЗВИЧАЙНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ДРУГОГО ПОРЯДКУ**

*Для нелінійних звичайних диференціальних рівнянь другого порядку з похідною в правій частині та крайовими умовами першого роду побудовано та обґрунтовано узагальнені триточкові різницеві схеми високого порядку точності на нерівномірній сітці. Доведено існування та єдиність їх розв'язку, отримано апріорну оцінку точності.*

### **ОБОБЩЕННЫЕ ТРЕХТОЧЕЧНЫЕ РАЗНОСТНЫЕ СХЕМЫ ВИСОКОГО ПОРЯДКА ТОЧНОСТИ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА**

*Для нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка с производной в правой части и краевыми условиями первого рода построены и обоснованы общие трехточечные разностные схемы высокого порядка точности на неравномерной сетке. Доказано существование и единственность их решения, получена априорная оценка точности.*

### **GENERALIZED THREE-POINT DIFFERENCE SCHEMES OF HIGH-ORDER ACCURACY FOR SECOND ORDER NONLINEAR ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS**

*For the second-order nonlinear ordinary differential equations with derivative in the right-hand side and boundary conditions of the first kind, three-point difference schemes of high-order accuracy on the irregular grid are constructed. The existence and uniqueness of solution of these schemes are proved and estimate of the accuracy is determined.*

Нац. ун-т «Львів. політехніка», Львів

Одержано  
24.01.08

УДК 539.3: 519.6

Э. Л. Гарт

### **ПРОЕКЦИОННО-ИТЕРАЦИОННЫЙ ВАРИАНТ МЕТОДА ПОТОЧЕЧНОЙ РЕЛАКСАЦИИ**

*Предложена проекционно-итерационная модификация метода поточечной релаксации для решения вариационных задач механики деформируемого твердого тела. Доказана сходимость для общего случая задачи условной минимизации функционалов в гильбертовых пространствах. Проведено теоретическое обоснование для задачи минимизации квадратичных функционалов при использовании метода конечных элементов.*

### **ПРОЕКЦІЙНО-ІТЕРАЦІЙНИЙ ВАРІАНТ МЕТОДУ ПОТОЧКОВОЇ РЕЛАКСАЦІЇ**

*Запропоновано проєкційно-ітераційну модифікацію методу поточної релаксації для розв'язування варіаційних задач механіки деформівного твердого тіла. Доведено збіжність для загального випадку задачі умовної мінімізації функціоналів у гільбертових просторах. Проведено теоретичне обґрунтування для задачі мінімізації квадратичних функціоналів при використанні методу скінченних елементів.*

### **PROJECTIVE-ITERATIVE VARIANT OF THE RELAXATION POINT-WISE METHOD**

*Projective-iterative modifications of relaxation method to solve the variation problems of solid mechanics are proposed. Convergence for a general case of conditional minimization of functional in the Hilbert space is proved. Theoretical basis for the problem of quadratic functional minimization when applying the finite elements method is developed.*

Днепропетр. нац. ун-т, Днепропетровск

Получено  
24.03.08

УДК 621.396: 519.6: 535.4

П. О. Савенко, Л. П. Процах, М. Д. Ткач

### **ПРО НАЙКРАЩЕ СЕРЕДНЬОКВАДРАТИЧНЕ НАБЛИЖЕННЯ ДІЙСНОЇ НЕВІД'ЄМНОЇ ФІНІТНОЇ НЕПЕРЕРВНОЇ ФУНКЦІЇ ВІД ДВОХ ЗМІННИХ МОДУЛЕМ ПОДВІЙНОГО ІНТЕГРАЛА ФУР'Є. II**

*Продовжується розпочате в [5] дослідження нелінійної задачі середньоквадратичної апроксимації дійсної фінітної невід'ємної неперервної функції від двох змінних модулем подвійного інтеграла Фур'є, залежного від двох параметрів. Знаходження розв'язків цієї задачі зведено до розв'язування нелінійного двовимірного інтегрального рівняння типу Гаммерштейна. Побудовано та обґрунтовано чисельні алгоритми для знаходження ліній галуження і відгалужених розв'язків цього рівняння. Наведено числові приклади.*

### **О НАИЛУЧШЕМ СРЕДНЕКВАДРАТИЧЕСКОМ ПРИБЛИЖЕНИИ Вещественной неотрицательной финитной непрерывной функции ДВУХ ПЕРЕМЕННЫХ МОДУЛЕМ ДВОЙНОГО ИНТЕГРАЛА ФУРЬЕ. II**

*Продолжается начатое в [5] исследование нелинейной задачи среднеквадратической аппроксимации действительной финитной неотрицательной непрерывной функции от двух переменных модулем двойного интеграла Фурье, зависящего от двух параметров. Нахождение решений этой задачи сведено к решению нелинейного двумерного интегрального уравнения типа Гаммерштейна. Построены и обоснованы численные алгоритмы для нахождения линий ветвления и ответвленных решений этого уравнения. Приведены численные примеры.*

### **ON THE BEST MEAN-SQUARE APPROXIMATION OF REAL NON-NEGATIVE FINITE FUNCTION WITH RESPECT TO TWO VARIABLES BY THE MODULE OF DOUBLE FOURIER INTEGRAL. II**

*The paper continues started in [5] investigations of the nonlinear problem of mean-square approximation of a real finite non-negative continuous function with respect to two variables by module of double Fourier integral that depends on two parameters. Finding the solutions of this problem is reduced to solving the nonlinear two-dimensional integral equation of Hammerstein type. Numerical algorithms for finding the branching lines and branched solutions of this equation are constructed and justified. The numerical examples are given.*

Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано  
06.04.07

УДК 519.6

Б. М. Подлевський<sup>1</sup>, В. В. Хлобистов<sup>2</sup>

### **ПРО ОДИН ПІДХІД ДО ЗНАХОДЖЕННЯ КРИВИХ ВЛАСНИХ ЗНАЧЕНЬ ЛІНІЙНИХ ДВОПАРАМЕТРИЧНИХ СПЕКТРАЛЬНИХ ЗАДАЧ**

*Розглядається ітераційний алгоритм знаходження кривих власних значень лінійної алгебраїчної двопараметричної спектральної задачі, який використовує алгоритм знаходження усіх власних значень у заданій області зміни спектральних параметрів, що базується на ефективній чисельній процедурі обчислення похідних детермінанта матриці. Наведено числові приклади.*

### **OB OДНОМ ПОДХОДЕ К НАХОЖДЕНИЮ КРИВЫХ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ ЛИНЕЙНЫХ ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКИХ СПЕКТРАЛЬНЫХ ЗАДАЧ**

*Рассматривается итерационный алгоритм нахождения кривых собственных значений линейной алгебраической двухпараметрической спектральной задачи, который использует алгоритм нахождения всех собственных значений в заданной области изменения спектральных параметров и который базируется на эффективной численной процедуре вычисления производных детерминанта матрицы. Приведены числовые примеры.*

### **ABOUT ONE APPROACH TO FINDING EIGENVALUE CURVES OF LINEAR TWO-PARAMETER SPECTRAL PROBLEMS**

*An iterative algorithm to compute the eigenvalue curves of linear algebraic two-parameter spectral problem which uses the algorithm of determination of all eigenvalues in the set region of change of spectral parameters, is considered, that is based on the efficient numerical procedure of calculation of the derivatives of matrix determinant. Numerical examples are given.*

<sup>1</sup> Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів,

<sup>2</sup> Ін-т математики НАН України, Київ

Одержано  
21.04.08



УДК 512.552.12

Б. В. Забавський, М. Я. Комарницький

### ТЕОРЕМА КОЕНОВОГО ТИПУ ДЛЯ АДЕКВАТНОСТІ ТА КІЛЬЦЯ ЕЛЕМЕНТАРНИХ ДІЛЬНИКІВ

*Вводиться поняття відносно адекватного елемента комутативного кільця, яке не обов'язково є областю, досліджуються властивості таких елементів і на цій основі запропоновано характеристику абсолютно адекватних елементів. Зокрема, доведено, що адекватне кільце Безу має стабільний ранг, не вищий від числа 2. Як наслідок отримано, що адекватне кільце Безу є кільцем елементарних дільників.*

### ТЕОРЕМА КОЭНОВОГО ТИПА ДЛЯ АДЕКВАТНОСТИ И КОЛЬЦА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ДЕЛИТЕЛЕЙ

*Вводится понятие относительно адекватного элемента коммутативного кольца (не обязательно области), исследуются свойства таких элементов и предложена характеристика абсолютно адекватных элементов. В частности, доказано, что адекватное кольцо Безу обладает стабильным рангом, не превышающим числа 2. Как следствие получено утверждение, что каждое адекватное кольцо Безу является кольцом элементарных делителей.*

### COHEN TYPE THEOREM FOR ADEQUATENESS AND ELEMENTARY DIVISOR RINGS

*In the paper the notion of relatively adequate element of commutative ring which is not necessarily an integral domain is introduced. The properties of such elements are investigated. The characterization of absolutely adequate elements is proposed. In particular, it is proved that an adequate Bezout ring has a stable rank not exceeding number 2. As a consequence, an adequate Bezout ring is an elementary divisor ring.*

Львів. нац. ун-т імені Івана Франка, Львів

Одержано  
02.04.08

УДК 547.946: 517.9

М. М. Притула<sup>1</sup>, А. К. Прикарпатський<sup>2,3</sup>, М. І. Вовк<sup>4</sup>

### ПРО ПОВНУ ІНТЕГРОВНІСТЬ ТА ЛІНЕАРИЗАЦІЮ НЕЛІНІЙНОГО РІВНЯННЯ ТИПУ БЮРГЕРСА – КОРТЕВЕГА – ДЕ ФРІЗА

На основі градієнтно-голономного алгоритму Боголюбова – Прикарпатського для дослідження інтегровності нелінійних динамічних систем на функціональних многовидах у праці встановлено точну лінеаризацію нелінійної динамічної системи типу Бюргерса – Кортевега – де Фріза. Як наслідок описано лінійну структуру простору розв'язків, показано її зв'язок з опуклістю певних функціональних підмножин. Встановлено також бігамільтоновість динамічної системи Бюргерса – Кортевега – де Фріза, побудовано нескінченну ієрархію функціонально незалежних інваріантів.

### О ПОЛНОЙ ИНТЕГРИРУЕМОСТИ И ЛИНЕАРИЗАЦИИ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ТИПА БЮРГЕРСА – КОРТЕВЕГА – ДЕ ФРИЗА

На основе градиентно-голономного алгоритма Боголюбова – Прикарпатского для исследования интегрируемости нелинейных динамических систем на функциональных многообразиях в работе установлена точная линейаризация нелинейной динамической системы типа Бюргерса – Кортевега – де Фриза. Как следствие описана линейная структура пространства решений, показана ее связь с выпуклостью определенных функциональных подмножеств. Установлена также бигамильтоновость динамической системы Бюргерса – Кортевега – де Фриза, построена бесконечная иерархия функционально независимых инвариантов.

### ON COMPLETE INTEGRABILITY AND LINEARITY OF NONLINEAR BURGERS – KORTEWEG – DE VRIES TYPE EQUATION

Based on the Bogolubov – Prykarpatsky gradient-holonomic algorithm devised for studying the integrability of nonlinear dynamical system on functional manifolds an exact linearization of a nonlinear Burgers – Korteweg – de Vries type dynamical system is stated in the article. As a corollary, the linear structure of the solution space is described, its connection with the convexity of some functional submanifolds is shown. The bi-hamiltonicity of the Burgers – Korteweg – de Vries system is also stated. An infinite hierarchy of functionally independent invariants is constructed.

<sup>1</sup> Львів. нац. ун-т імені Івана Франка, Львів,

<sup>2</sup> Дрогобицьк. держ. пед. ун-т імені Івана Франка, Дрогобич,

<sup>3</sup> АГМ, Ун-т науки та технологій, Краків, Польща,

<sup>4</sup> Нац. ун-т «Львів. політехніка», Львів,

Одержано

11.04.08

УДК 532.5 + 536.24

К. В. Максименко-Шейко

### **МЕТОД $R$ -ФУНКЦИЙ В КРАЕВЫХ ЗАДАЧАХ МАГНИТНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ С МАЛЫМ ПАРАМЕТРОМ ПРИ СТАРШИХ ПРОИЗВОДНЫХ**

*С использованием метода  $R$ -функций построены математические и компьютерные модели магнитогидродинамических течений для различных типов граничных условий в электромагнитном насосе. Проведены численные эксперименты. Задание геометрической информации и физических констант в виде буквенных параметров позволило провести многовариантные расчеты и исследовать их влияние на картину поля.*

### **МЕТОД $R$ -ФУНКЦІЙ В КРАЙОВИХ ЗАДАЧАХ МАГНІТНОЇ ГІДРОДИНАМІКИ З МАЛИМ ПАРАМЕТРОМ ПРИ СТАРШИХ ПОХІДНИХ**

*З використанням методу  $R$ -функцій побудовані математичні та комп'ютерні моделі магнітогідродинамічних течій для різних типів граничних умов в електромагнітному насосі. Проведені чисельні експерименти. Задання геометричної інформації та фізичних констант у вигляді параметрів дозволило провести багатоваріантні розрахунки та дослідити їх вплив на картину поля.*

### **$R$ -FUNCTIONS METHOD IN BOUNDARY-VALUE PROBLEMS OF MAGNETIC HYDRODYNAMICS WITH SMALL PARAMETER AT HIGHER DERIVATIVES**

*Mathematical and computer models of magnetohydrodynamical currents for various types of boundary conditions in the electromagnetic pump are constructed with the help of  $R$ -functions method. Numerical experiments are carried out. The representation of geometric information and physical constants as alphabetic parameters has allowed to make multiple calculations and to investigate their influence on the picture of field.*

Ин-т проблем машиностроения  
им. А. Н. Подгорного НАН Украины, Харьков

Получено  
31.01.08

УДК 539.375

А. О. Камінський<sup>1</sup>, Л. А. Кіпніс<sup>2</sup>, М. В. Дудик<sup>2</sup>, Ю. В. Діхтяренко<sup>2</sup>

### ДОСЛІДЖЕННЯ ЗОНИ ПЕРЕДРУЙНУВАННЯ У КІНЦІ ТРІЩИНИ НОРМАЛЬНОГО ВІДРИВУ, ЩО ВИХОДИТЬ НА НЕГЛАДКУ МЕЖУ РОЗДІЛУ ПРУЖНИХ СЕРЕДОВИЩ

*Методом Вінера – Гопфа виконано розрахунок початкової зони передруйнування в кінці тріщини нормального відриву, що виходить на негладку межу розділу двох різних пружних середовищ в її кутовій точці. Зона моделюється лінією розриву нормального зміщення на продовженні тріщини. Отримано вирази для довжини зони передруйнування і накопиченої в ній потенціальної енергії. Їх числові значення порівнюються з відповідними величинами для зони передруйнування у з'єднувальному матеріалі на межі середовищ, на основі чого робиться висновок про ймовірний напрям розвитку зони.*

### ИССЛЕДОВАНИЕ ЗОНЫ ПРЕДРАЗРУШЕНИЯ В КОНЦЕ ТРЕЩИНЫ НОРМАЛЬНОГО ОТРЫВА, ВЫХОДЯЩЕЙ НА НЕГЛАДКУЮ ГРАНИЦУ РАЗДЕЛА УПРУГИХ СРЕД

*Методом Винера – Хопфа выполнен расчет начальной зоны предразрушения в конце трещины нормального отрыва, выходящей на негладкую границу раздела двух различных упругих сред в ее угловой точке. Зона моделируется линией разрыва нормального смещения на продолжении трещины. Получены выражения для длины зоны предразрушения и накопленной в ней потенциальной энергии. Их числовые значения сравниваются с соответствующими величинами для зоны предразрушения в связующем материале на границе сред, на основе чего делается вывод о вероятном направлении развития зоны.*

### STUDY OF PROCESS ZONE AT THE TIP OF NORMAL BOND-FAILURE CRACK, OUTCOMING ONTO BROKEN INTERFACE OF ELASTIC MEDIA

*Calculations of the initial process zone at the tip of normal bond-failure crack, outcoming onto broken interface of dissimilar elastic media at the corner point by Wiener – Hopf's method are done. This zone is modeled by the line of normal displacement rupture on the crack prolongation. The expressions for the length of the process zone and accumulated potential energy are obtained. Their numerical values are compared with the appropriate values for the process zone in the join materials at the interface. On the basis of comparison a conclusion about a probable crack movement direction is drawn.*

<sup>1</sup> Ін-т механіки ім. С. П. Тимошенка  
НАН України, Київ,

<sup>2</sup> Уманськ. держ. пед. ун-т, Умань

Одержано  
04.03.08

УДК 539.3

Г. С. Кіт

### ЗАДАЧІ СТАЦІОНАРНОЇ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ ТА ТЕРМОПРУЖНОСТІ ДЛЯ ТІЛА З ТЕПЛОВИДІЛЕННЯМ НА КРУГОВІЙ ОБЛАСТІ (ТРИЩИНІ)

*Наведено точний розв'язок заданих на круговій області сингулярних інтегральних рівнянь з полярним і гіперсингулярним ядрами, права частина яких є поліномом третього, а в осесиметричному випадку – четвертого степеня. Цими рівняннями описується стаціонарне температурне поле та напружений стан у тілі, коли на круговій області в суцільному тілі або на трищині задані температура або тепловий потік. Визначено коефіцієнти інтенсивності напружень.*

### ЗАДАЧИ СТАЦИОНАРНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ И ТЕРМОУПРУГОСТИ ДЛЯ ТЕЛА С ТЕПЛОВЫДЕЛЕНИЕМ НА КРУГОВОЙ ОБЛАСТИ (ТРЕЩИНЕ)

*Дано точное решение заданных на круговой области сингулярных интегральных уравнений с полярным и гиперсингулярным ядрами, правая часть которых является полиномом третьей, а в осесимметричном случае – четвертой степени. Этими уравнениями описываются стационарное температурное поле и напряженное состояние в теле, когда на круговой области сплошного тела либо на трещине заданы температура или тепловой поток. В случае трещины определены коэффициенты интенсивности напряжений.*

### STATIONARY HEAT CONDUCTION AND THERMOELASTICITY PROBLEMS FOR A BODY WITH HEAT EMISSION ON A CIRCULAR DOMAIN (CRACK)

*The exact solution of singular integral equations, given on a circular domain, with polar and hypersingular kernels is presented. The right-hand side of equations is a polynomial of the third degree and in an axially symmetric case it is of the fourth degree. These equations describe a stationary temperature field and the stress state in a body, when temperature or the heat flow are given on the circular domain in the solid or on the crack. The stress intensity factors in the crack vicinity are defined.*

Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано  
21.08.08

УДК 539.3

Я. Й. Бурак, Г. І. Мороз, З. В. Бойко

### **МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ ТЕРМОПРУЖНИХ СИСТЕМ НА ОСНОВІ ПОЄДНАННЯ ЕНЕРГЕТИЧНОГО ТА ТЕРМОДИНАМІЧНОГО ПІДХОДІВ**

*Запропоновано енергетичний і термодинамічний підходи до побудови математичних моделей для опису термомеханічних процесів у пружних деформуваних дисипативних системах. Отримано базові співвідношення як для опису локального термодинамічного стану, так і для дисипативних процесів. На цій основі запропоновано також варіант постановки та принципової схеми розв'язування крайових задач про оптимізацію напруженого стану за заданих інтегральних обмежень на функції зовнішнього силового навантаження.*

### **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ ТЕРМОУПРУГИХ СИСТЕМ С ПОМОЩЬЮ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО И ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОГО ПОДХОДОВ**

*Предложены энергетический и термодинамический подходы к построению математических моделей для описания термомеханических процессов в упругих деформируемых диссипативных системах. Получены базовые соотношения для описания локального термодинамического состояния и диссипативных процессов. На этом основании предложен также вариант постановки и принципиальной схемы решения краевых задач оптимизации напряженного состояния при заданных интегральных ограничениях на функции внешнего силового воздействия.*

### **MATHEMATICAL MODELING AND OPTIMIZATION OF THERMOELASTIC SYSTEMS WITH THE HELP OF ENERGY AND THERMODYNAMIC APPROACHES**

*The energy and thermodynamic approaches are proposed to construct the mathematical models describing thermomechanical processes in deformable thermoelastic dissipative systems. The constitutive equations to describe the local thermodynamic state and dissipative processes are obtained. On this basis a variant of statement and principal scheme of solving the boundary-value problems about optimization of the stress state under given integral constraints on the functions of external force loading is proposed.*

Центр мат. моделювання  
Ін-ту прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано  
01.09.08

УДК 539.3

Г. Т. Сулим<sup>1,2</sup>, Я. М. Пастернак<sup>3</sup>

### **ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ГРАНИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ДО АНАЛІЗУ АНТИПЛОСКОЇ ДЕФОРМАЦІЇ АНІЗОТРОПНИХ ТІЛ ІЗ ТОНКОСТІННИМИ СТРУКТУРАМИ**

*З'ясовано межі доцільного застосування класичного методу граничних елементів для антиплоскої задачі теорії пружності при дослідженні тіл із тонкостінними елементами структури та геометрії. Запропоновано підхід для регуляризації сингулярних і квазісингулярних інтегралів, що неминуче виникають при аналізі тонких структур. Подано числові приклади, що засвідчили надійність та ефективність запропонованого підходу.*

### **ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ К АНАЛИЗУ АНТИПЛОСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ АНИЗОТРОПНЫХ ТЕЛ С ТОНКОСТЕННЫМИ СТРУКТУРАМИ**

*Определены пределы использования классического метода граничных элементов для антиплоской задачи теории упругости при исследовании тел с тонкостенными элементами структуры и геометрии. Предложен подход для регуляризации сингулярных и квазисингулярных интегралов, которые возникают при численном анализе тонкостенных областей. На конкретных примерах показана эффективность этого подхода.*

### **APPLICATION OF BOUNDARY ELEMENT METHOD TO ANALYSIS OF ANTIPLANE SHEAR OF ANISOTROPIC SOLIDS CONTAINING THIN SHAPES**

*This paper concerns the application of boundary element method to the analysis of the antiplane shear of solids containing thin shapes. Singular and quasi-singular integrals are regularized which considerably improve the accuracy. The numerical examples show the efficiency of the proposed approach.*

<sup>1</sup> Львів. нац. ун-т ім. Івана Франка, Львів,

<sup>2</sup> Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів,

<sup>3</sup> Луцьк. нац. техн. ун-т, Луцьк

Одержано  
12.07.08

УДК 539.3

В. І. Козлов<sup>1</sup>, Т. В. Карнаухова<sup>2</sup>, М. В. Пересунько<sup>3</sup>

### **ВПЛИВ ТЕМПЕРАТУРИ ДИСИПАТИВНОГО РОЗІГРІВУ НА ДЕМПФУВАННЯ ВИМУШЕНИХ РЕЗОНАНСНИХ КОЛИВАНЬ ШАРНІРНО ОПЕРТОЇ В'ЯЗКОПРУЖНОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ПАНЕЛІ ЗА ДОПОМОГОЮ П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНИХ АКТУАТОРІВ**

*Розглянуто задачу про активне демпфування вимушених резонансних коливань в'язкопружної циліндричної панелі за допомогою п'єзоелектричних актуаторів. Торці панелі вважаються шарнірно опертими і теплоізованими. Одержано аналітичний розв'язок задачі електромеханіки. На його основі розраховано дисипативну функцію і розв'язано рівняння енергії. Проведено аналіз впливу температури дисипативного розігріву на ефективність активного демпфування вимушених коливань циліндричної панелі.*

### **ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ ДИССИПАТИВНОГО РАЗОГРЕВА НА ДЕМПИРОВАНИЕ ВЫНУЖДЕННЫХ РЕЗОНАНСНЫХ КОЛЕБАНИЙ ШАРНИРНО ОПЕРТОЙ ВЯЗКОУПРУГОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПАНЕЛИ ПРИ ПОМОЩИ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АКТУАТОРОВ**

*Рассмотрена задача об активном демпфировании вынужденных резонансных колебаний вязкоупругой цилиндрической панели при помощи пьезоэлектрических актуаторов. Торцы панели считаются шарнирно опертыми и теплоизолированными. Получено аналитическое решение задачи электромеханики. На его основе рассчитана диссипативная функция и решено уравнение энергии. Проведен анализ влияния температуры диссипативного разогрева на эффективность активного демпфирования вынужденных колебаний цилиндрической панели*

### **INFLUENCE OF TEMPERATURE OF DISSIPATIVE HEATING ON DAMPING FORCED RESONANT VIBRATIONS OF VISCOELASTIC CYLINDRICAL PANEL WITH SIMPLY-SUPPORTED ENDS BY PIEZOELECTRIC ACTUATORS**

*A problem of active damping of forced resonant vibrations of a viscoelastic cylindrical panel with simply-supported and thermally insulated ends by the piezoelectric actuators is considered. An analytical solution of the problem of electromechanics is obtained. On the basis of the solution a dissipative function is calculated and the equation of energy is solved. Analysis of influence of dissipative heating on the effectiveness of active damping forced resonant vibrations of cylindrical panel is given.*

<sup>1</sup> Ін-т механіки ім. С. П. Тимошенка  
НАН України, Київ,

<sup>2</sup> Нац. техн. ун-т України «КПІ», Київ,

<sup>3</sup> Миколаїв. держ. ун-т  
ім. В. О. Сухомлинського, Миколаїв

Одержано  
17.03.08



УДК 539.3

О. П. Піддубняк

### НАПРУЖЕНИЙ СТАН КРУГОВОГО ПОРОЖНИСТОГО ПОРИСТОГО НАСИЧЕНОГО РІДИНОЮ ЦИЛІНДРА, ЩО ОБЕРТАЄТЬСЯ НАВКОЛО СВОЄЇ ОСІ ЗІ СТАЛОЮ КУТОВОЮ ШВИДКІСТЮ

Одержано точний розв'язок плоскої задачі для пористої труби, що обертається навколо своєї нерухомої осі симетрії. Матеріал труби насичений ідеальною стисливою рідиною. У межах теорії Боуена у вихідних співвідношеннях беруться до уваги взаємозв'язки між тензорами напружень, тензорами деформацій, відносною густиною рідинного заповнювача та змінною пористістю матеріалу. Подано формули для радіальних переміщень, компонент тензора напружень і густин у скелеті й рідинному заповнювачі, а також пористості й масової концентрації суміші. Виконано числовий аналіз радіального розподілу цих характеристик для суцільного та порожнистого циліндра з пісковика, насиченого гасом. Одержано критичні числа обертів труб з насиченого й сухого матеріалів.

### НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ КРУГОВОГО ПОЛОГО ПОРИСТОГО НАСЫЩЕННОГО ЖИДКОСТЬЮ ЦИЛИНДРА, ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ВОКРУГ СВОЕЙ ОСИ С ПОСТОЯННОЙ УГЛОВОЙ СКОРОСТЬЮ

Получено точное решение плоской задачи для пористой трубы, вращающейся возле своей неподвижной оси симметрии. Материал трубы насыщен идеальной сжимаемой жидкостью. В рамках теории Боуэна в исходных соотношениях приняты во внимание взаимосвязи между тензорами напряжений, тензорами деформаций, относительной плотностью жидкого заполнителя и переменной пористостью материала. Приведены формулы для радиальных перемещений, компонент тензора напряжений и плотностей в скелете и жидкостном заполнителе, а также пористости и массовой концентрации смеси. Выполнен численный анализ радиального распределения этих характеристик для сплошного и полого цилиндра из песчаника, насыщенного керосином. Получены критические числа оборотов труб, изготовленных из насыщенного и сухого материалов.

### STRESS STATE OF CIRCULAR POROUS, SATURATED BY LIQUID CYLINDER ROTATING AROUND ITS AXIS WITH CONSTANT ANGULAR VELOCITY

In this paper an exact solution of plane problem for the porous tube rotating around its fixed axis of symmetry is obtained. The material of the tube is saturated by an ideal compressible liquid. Within the framework of R. M. Bowen's theory the connections between stress tensors, strain tensors, liquid filler relative densities and varying porosity are taken into consideration. The formulae for radial displacements, stress tensor components, densities in skeleton and fluid filler, and also for porosity and mass concentration of mixture are given. The numerical calculations of radial distributions of these characteristics for solid or hollow kerosene-saturated sandstone cylinder are carried out. The critical values for rotation number of saturated and dry tubes are fined.

Політехніка Лодзька, Лодзь, Польща

Одержано  
16.08.07

УДК 539.3

В. В. Мелешко<sup>1</sup>, А. А. Бондаренко<sup>1</sup>, А. Н. Трофимчук<sup>2</sup>, Р. З. Абасов<sup>3</sup>

## УПРУГИЕ ВОЛНОВОДЫ: ИСТОРИЯ И СОВРЕМЕННОСТЬ. II

*В статье анализируются нормальные моды упругого прямоугольного волновода. Прослежены ключевые аспекты почти 150-летней истории этой задачи. Методом суперпозиции получено аналитическое решение задачи для четырех типов симметрии волнового поля. Установлены важные отличия дисперсионных характеристик нормальных мод в прямоугольнике от мод Рэлея – Лэмба для слоя и Похгаммера – Кри для цилиндра. Проведена оценка ряда приближенных теорий для прямоугольного волновода.*

## ПРУЖНІ ХВИЛЕВОДИ: ІСТОРІЯ І СУЧАСНІСТЬ. II

*Наведено стислий огляд дисперсійних властивостей пружних хвилеводів постійного поперечного перетину. Досліджено деякі аспекти історії проблеми. Методом суперпозиції отримано аналітичний розв'язок задачі про нормальні хвилі в прямокутному хвилеводі. Встановлено важливі відмінності нормальних мод у прямокутнику та в шарі й циліндрі, проведено оцінку ряду наближених теорій для прямокутного хвилеводу. Дані розрахунків про дисперсію мод подано у вигляді графіків.*

## ELASTIC WAVEGUIDES: HISTORY AND THE STATE-OF-ART. II

*This paper addresses a brief review of dispersion properties of elastic waveguides with constant cross sections. Selected topics in the history of the problem are elucidated. An analytical solution of the problem on normal waves in a rectangular waveguide is derived on the basis of the superposition method. Important differences of normal modes in a rectangle from those in an infinite plate and a cylinder are established, several approximate theories for a rectangular waveguide are estimated. Calculation data about dispersion of modes are presented graphically.*

<sup>1</sup> Киев. нац. ун-т им. Тараса Шевченко, Киев,

<sup>2</sup> Ин-т телекоммуник. и глобального информ. пространства НАН Украины, Киев,

<sup>3</sup> Азербайдж. гос. нефт. Акад., Баку, Азербайджан

Получено  
31.05.08

UDK 539.3

L. V. Nazarenko

## DEFORMATION OF COMPOSITES WITH ARBITRARILY ORIENTED ORTHOTROPIC FIBERS UNDER MATRIX MICRODAMAGES

*In the present paper a model of nonlinear deformation of stochastic composites under microdamaging is developed for the case of composite with orthotropic inclusions, when the microdamages are accumulated in the matrix. The composite is treated as an isotropic matrix strengthened by three-axes arbitrarily oriented ellipsoidal inclusions with orthotropic symmetry of elastic properties. It is assumed that the loading process leads to accumulation of damages in the matrix. Fractured microvolumes are modeled by a system of randomly distributed quasi-spherical pores. The porosity balance equation and relations for determining the effective elastic modules for the case of orthotropic components are taken as basic relations. The fracture criterion is assumed to be given as the limit value of the intensity of average shear stresses occurring in the undamaged part of the material. Basing on the analytical and numerical approach an algorithm for determination of nonlinear deformative properties of such a material is constructed. The nonlinearity of composite deformations is caused by finiteness of deformations. Using the numerical solution the nonlinear stress-strain diagrams for an orthotropic composite for various cases of orientation of inclusions in the matrix are predicted and discussed.*

### ДЕФОРМАЦІЇ КОМПОЗИТІВ З ДОВІЛЬНО ОРІЄНТОВАНИМИ ОРТОТРОПНИМИ ВОЛОКНАМИ ПРИ МІКРОПОШКОДЖЕННЯХ МАТРИЦІ

*Викладено теорію мікропошкоджуваності матеріалів на основі ізотропної матриці з довільно орієнтованими ортотропними волокнами, які мають форму триосних еліпсоїдів. Мікроруїнування моделюються порожніми порами. Критерій руйнування в мікрооб'ємі приймається у формі Губера – Мізеса, де границя міцності є випадковою функцією координат зі степеневим розподілом або розподілом Вейбулла. Напружено-деформований стан та ефективні властивості матеріалу визначаються на основі стохастичних рівнянь теорії пружності для матеріалів на основі ізотропної матриці та односпрямованих триосних еліпсоїдів. Замикання рівнянь деформування і мікропошкоджуваності здійснюється на основі рівнянь балансу пористості компонентів. Побудовано нелінійні залежності сумісних процесів деформування таких матеріалів при мікропошкодженнях матриці від макродеформацій для різних параметрів, що характеризують функцію розподілу міцності, та для різних випадків орієнтації волокон у матриці.*

### ДЕФОРМАЦИИ КОМПОЗИТОВ С ПРОИЗВОЛЬНО ОРИЕНТИРОВАННЫМИ ОРТОТРОПНЫМИ ВОЛОКНАМИ ПРИ МИКРОПОВРЕЖДЕНИЯХ МАТРИЦЫ

*Изложена теория микроповреждаемости материалов на основе изотропной матрицы и произвольно ориентированных ортотропных волокон в форме трехосных эллипсоидов. Микроурушения моделируются пустыми порами. Критерий разрушения в микрообъеме принимается в форме Губера – Мизеса, где предел прочности является случайной функцией координат со степенным распределением или распределением Вейбулла. Напряженно-деформированное состояние и эффективные свойства материала с микроповреждениями в компонентах определяются на основе стохастических уравнений теории упругости для материалов на основе изотропной матрицы и однонаправленных трехосных эллипсоидов. Замыкание уравнений деформирования и повреждаемости осуществляется на основании уравнения баланса пористости (пористости) компонентов. Построены нелинейные зависимости совместных процессов деформирования таких материалов и повреждения матрицы от макродеформаций для различных параметров, характеризующих функцию распределения разброса прочности материала матрицы, и для раз-*

*личных случаев ориентации волокон в матрице.*

Timoshenko Inst. of Mechanics  
of NAS of Ukraine, Kiev

Received  
05.12.07

УДК 621.791.052: 539.8

О. В. Махненко

### **КОМБИНИРОВАННОЕ ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ТЕРМОПЛАСТИЧНОСТИ И МЕТОДА ФУНКЦИИ УСАДКИ ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ПРОЦЕССА ТЕПЛОВОЙ ПРАВКИ СУДОСТРОИТЕЛЬНЫХ ПАНЕЛЕЙ**

*Изложен подход комбинированного применения общего метода термопластичности и приближенного метода функции усадки для прогнозирования общих деформаций крупногабаритных пространственных конструкций при сварке или тепловой правке. Особенно эффективен предложенный подход в случае большого количества в конструкции сварных швов или локальных нагревов при тепловой правке. Представлен пример применения такого подхода при изучении эффективности процесса тепловой правки судостроительных панелей.*

### **КОМБІНОВАНЕ ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ТЕРМОПЛАСТИЧНОСТІ ТА МЕТОДУ ФУНКЦІЇ УСАДКИ ДЛЯ ВИВЧЕННЯ ПРОЦЕСУ ТЕПЛОВОЇ ПРАВКИ СУДНОБУДІВЕЛЬНИХ ПАНЕЛЕЙ**

*Викладено підхід комбінованого застосування загального методу термопластичності та наближеного методу функції усадки для прогнозування загальних деформацій крупногабаритних просторових конструкцій при зварці або тепловій правці. Особливо ефективний запропонований підхід у випадку великої кількості в конструкції зварних швів або локальних нагрівів при тепловій правці. Наведено приклад застосування такого підходу при вивченні ефективності процесу теплової правки суднобудівельних панелей.*

### **COMBINED APPLICATION OF THERMOPLASTICITY METHOD AND INHERENT STRAIN METHOD TO STUDY THERMAL STRAIGHTENING PROCESS OF SHIPBUILDING PANELS**

*An approach is proposed of combined application of the most general thermoplasticity method and approximate inherent strain method to predict general deformations of spatial design of overall dimensions at welding or thermal straightening. The approach proposed is especially efficient in the case of welds or local heatings at straightening in the design. An example of application of such approach to study the efficiency of process of thermal straightening of shipbuilding panels is given.*

Ин-т электросварки  
им. Е. О. Патона НАН Украины, Киев

Получено  
11.03.08

УДК 539.3

С. А. Калоеров, М. А. Коломиец

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЯЗКОУПРУГОГО СОСТОЯНИЯ АНИЗОТРОПНОЙ ПЛАСТИНКИ С ЖЕСТКИМИ ВКЛЮЧЕНИЯМИ

*Предложен метод определения вязкоупругого состояния многосвязных анизотропных пластинок с абсолютно жесткими включениями. В качестве примера дано решение задачи вязкоупругости для пластинки с одним эллиптическим включением, которое в частном случае переходит в линейное. Для растяжения пластинки описаны результаты численных исследований напряженного состояния в зависимости от геометрических параметров включения и времени приложения нагрузки.*

### ВИЗНАЧЕННЯ В'ЯЗКОПРУЖНОГО СТАНУ АНІЗОТРОПНОЇ ПЛАСТИНКИ З ЖОРСТКИМИ ВКЛЮЧЕННЯМИ

*Запропоновано метод визначення в'язкопружного стану багатозв'язних анізотропних пластинок з абсолютно жорсткими включеннями. Як приклад наведено розв'язок задачі в'язкопружності для пластинки з одним еліптичним включенням, яке в частковому випадку переходить у лінійне. Для розтягу пластинки описано результати чисельних досліджень напруженого стану залежно від геометричних параметрів включення і часу прикладання навантаження.*

### DETERMINATION OF VISCOELASTIC STATE OF ANISOTROPIC PLATE WITH RIGID INCLUSIONS

*A method on determination of viscoelastic state for multiconnected anisotropic plates with rigid inclusions is proposed. As an example there is given the solution of the viscoelasticity problem for a plate with one elliptic inclusion which is transformed to the linear one in a particular case. The results of numerical investigations of stress state depending on geometric parameters of inclusion and period of applied loading are described at the instance of plate stretching.*

Донецк. нац. ун-т, Донецк

Получено  
29.03.08

УДК 536.12: 621.891: 539.3

О. О. Євтушенко<sup>1,2</sup>, М. Куцей<sup>2</sup>

### **ВПЛИВ КОНВЕКТИВНОГО ОХОЛОДЖЕННЯ ЗОВНІШНЬОЇ ПОВЕРХНІ ПЛОСКОПАРАЛЕЛЬНОГО ШАРУ НА РОЗПОДІЛ ТЕМПЕРАТУРИ У ТРИБОСИСТЕМІ ШАР – ОСНОВА**

*Отримано аналітичний розв'язок крайової задачі теплопровідності для трибосистеми, що складається із плоскопаралельного шару, який зі сталою швидкістю ковзає по поверхні півбезмежної основи. Для матеріалів фрикційної пари алюміній – сталь досліджено еволюцію температури та її розподіл в шарі та основі по нормалі до поверхні тертя.*

### **ВЛИЯНИЕ КОНВЕКТИВНОГО ОХЛАЖДЕНИЯ ВНЕШНЕЙ ПОВЕРХНОСТИ ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОГО СЛОЯ НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ В ТРИБОСИСТЕМЕ СЛОЙ – ОСНОВАНИЕ**

*Получено аналитическое решение краевой задачи теплопроводности для трибосистемы, состоящей из плоскопараллельного слоя, скользящего с постоянной скоростью по поверхности полубесконечного основания. Для материалов фрикционной пары алюминий – сталь исследована эволюция температуры и ее распределение в слое и основании по нормали к поверхности трения.*

### **INFLUENCE OF CONVECTIVE COOLING OF EXTERNAL SURFACE OF PLANE-PARALLEL STRIP ON DISTRIBUTION OF TEMPERATURE IN STRIP – FOUNDATION TRIBOSYSTEM**

*The analytical solution of the boundary-value heat conduction problem for tribosystem, consisting of the plane-parallel strip sliding with constant speed on the surface of a semi-infinite foundation is obtained. For materials of a frictional pair aluminum-steel evolution of temperature and its distribution in a strip and foundation on a normal to the surface of friction are investigated.*

<sup>1</sup> Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів,

<sup>2</sup> Техн. ун-т, Б'ялисток, Польща

Одержано  
14.05.08

УДК 539.3

Б. В. Процюк<sup>1</sup>, В. М. Синюта<sup>2</sup>

### НЕСТАЦИОНАРНІ НЕОСЕСИМЕТРИЧНІ ТЕМПЕРАТУРНІ ПОЛЯ БАГАТОШАРОВИХ ОРТОТРОПНИХ ЦИЛІНДРІВ

*Отримано розв'язок тривимірної нестационарної неосесимметричної задачі теплопровідності для попередньо нагрітого багатошарового необмеженого ортотропного циліндра за дії джерел тепла та наявності конвективного теплообміну. При цьому використано функцію Гріна відповідної задачі теплопровідності. Як приклад, розглянуто нагрів циліндра рухомим, нормально розподіленим потоком тепла. Досліджено температурне поле у двошаровому циліндрі, зумовлене потоком тепла, що рухається по твірній та по гвинтовій лінії.*

### НЕСТАЦИОНАРНЫЕ НЕОСЕСИММЕТРИЧНЫЕ ТЕМПЕРАТУРНЫЕ ПОЛЯ МНОГОСЛОЙНЫХ ОРТОТРОПНЫХ ЦИЛИНДРОВ

*Получено решение трёхмерной нестационарной неосесимметричной задачи теплопроводности для предварительно нагретого многослойного неограниченного ортотропного цилиндра при действии источников тепла и наличии конвективного теплообмена. Исследовано температурное поле в двухслойном цилиндре, вызванное нормально распределённым потоком тепла, движущимся по образующей и по винтовой линии.*

### NON-STATIONARY NON-AXIALLY SYMMETRIC TEMPERATURE FIELDS OF MULTILAYER ORTHOTROPIC CYLINDERS

*The solution of 3D non-stationary non-axially symmetric heat conduction problem is obtained for a pre-heated multilayer unlimited orthotropic cylinder under action of heat sources and convective heat exchange. As an example we consider heating of the cylinder by a moving normally distributed heat flow. The temperature field in a two-layer cylinder caused by heat flow moving along the generatrix and a spiral line is studied.*

<sup>1</sup> Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів,

<sup>2</sup> Львів. нац. ун-т імені Івана Франка, Львів

Одержано  
12.03.08