

УДК 517.524

С. М. Возна, Х. Й. Кучмінська

АПРОКСИМАЦІЙНА ФОРМУЛА У ВИГЛЯДІ ПРИЄДНАНОГО НЕПЕРЕРВНОГО ДРОБУ

Для функції, що задовільняє умови, які забезпечують граничний переход в обернених різницях інтерполяційної формулі Тіле при $x_i \rightarrow x_0$, $i = 1, \dots, n$, отримано розвинення у приєднаний неперервний дріб специального вигляду в околі точки x_0 .

АППРОКСИМАЦИОННАЯ ФОРМУЛА В ВИДЕ ПРИСОЕДИНЕННОЙ НЕПРЕРЫВНОЙ ДРОБИ

Для функции, удовлетворяющей условиям, обеспечивающим предельный переход в обратных разностях интерполяционной формулы Тиля при $x_i \rightarrow x_0$, $i = 1, \dots, n$, получено разложение в присоединенную непрерывную дробь специального вида в окрестности точки x_0 .

APPROXIMATED FORMULA IN THE FORM OF ASSOCIATED CONTINUED FRACTION

The expansion into the associated continued fraction of a special type in the neighborhood of the point x_0 for the function, satisfying the conditions, providing the passage to the limit in the reciprocal differences of the Thiele interpolated formula at $x_i \rightarrow x_0$, $i = 1, \dots, n$, has been obtained.

Нац. ун-т «Львів. політехніка», Львів

Одержано
28.11.06

УДК 519.46

В. М. Федорчук^{1,2}, В. І. Федорчук²

**ПРО ІНВАРІАНТНІ ОПЕРАТОРИ НИЗЬКОВІМІРНИХ НЕСПРЯЖЕНИХ
ПІДАЛГЕБР АЛГЕБРИ ЛІ ГРУПИ ПУАНКАРЕ $P(1, 4)$**

Шляхом класифікації низьковімірних неспряжених підалгебр алгебри Лі групи Пуанкаре $P(1, 4)$ у класи ізоморфних підалгебр побудовано всі інваріантні оператори (узагальнені оператори Казіміра) для всіх неспряжених підалгебр алгебри Лі групи $P(1, 4)$ розмірності ≤ 3 , а також для більшості неспряжених підалгебр алгебри Лі групи $P(1, 4)$ розмірностей 4 і 5. Наведено інваріантні оператори для всіх неспряжених підалгебр алгебри Лі групи $P(1, 4)$ розмірності ≤ 3 .

**ОБ ИНВАРИАНТНЫХ ОПЕРАТОРАХ НЕСОПРЯЖЕННЫХ ПОДАЛГЕБР МАЛЫХ
РАЗМЕРНОСТЕЙ АЛГЕБРЫ ЛИ ГРУППЫ ПУАНКАРЕ $P(1, 4)$**

Путём классификации несопряженных подалгебр малых размерностей алгебры Ли группы Пуанкаре $P(1, 4)$ в классы изоморфных подалгебр построены все инвариантные операторы (обобщенные операторы Казимира) для всех несопряженных подалгебр алгебры Ли группы $P(1, 4)$ размерности ≤ 3 , а также для большинства несопряженных подалгебр алгебры Ли группы $P(1, 4)$ размерностей 4 и 5. Представлены инвариантные операторы для всех несопряженных подалгебр алгебры Ли группы $P(1, 4)$ размерностей ≤ 3 .

**ON INVARIANT OPERATORS OF LOW-MEASURABLE NON-CONJUGATED
LIE ALGEBRA'S SUB-ALGEBRA OF POINCARÉ GROUP $P(1, 4)$**

By classification of low-measurable non-conjugated Lie algebra's sub-algebras of Poincaré group $P(1, 4)$ in the class of isomorphic sub-algebras we have constructed all invariant operators (the Kazimir generalized operators) for all non-conjugated Lie algebra's sub-algebras for group $P(1, 4)$ of dimension ≤ 3 and also for majority of non-conjugated Lie algebra's sub-algebras for group $P(1, 4)$ of dimension 4 and 5. The invariant operators for all non-conjugated Lie algebra's sub-algebras for group $P(1, 4)$ of dimension ≤ 3 have been presented.

¹ Ін-т математики, Педаг. акад. ім. Комісії
Нар. Освіти, Краків, Польща,

² Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано
12.09.06

УДК 517.95

В. М. Поліщук

СТИЙКОСТЬ ЗАДАЧІ З НЕЛОКАЛЬНИМИ КРАЙОВИМИ УМОВАМИ ДЛЯ ГІПЕРБОЛІЧНИХ РІВНЯНЬ

Встановлено умови стійкості нелокальної краєвої задачі для гіперболічних за Гордингом диференціальних рівнянь зі сталими коєфіцієнтами. Якщо шуканий розв'язок справджає додаткову умову «обмеженості енергії», проведено регуляризацію досліджуваної задачі та побудову її наближеного розв'язку.

УСТОЙЧИВОСТЬ ЗАДАЧИ С НЕЛОКАЛЬНЫМИ КРАЕВЫМИ УСЛОВИЯМИ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Установлены условия устойчивости нелокальной краевой задачи для гиперболических по Гордингу дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. При условии, что искомое решение удовлетворяет дополнительному условию «ограниченности энергии», проведено регуляризацию исследуемой задачи и построено ее приближенное решение.

STABILITY OF NON-LOCAL BOUNDARY-VALUE PROBLEM FOR HYPERBOLIC EQUATIONS

The conditions of stability of non-local boundary-value problem for hyperbolic – by Gording – differential equations with constant coefficients are established. If the unknown solution fulfills additional condition of «boundness of energy», the regularization of considered problem is made and the approximate solution is built.

Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано
25.07.06

ЗАДАЧА З ІНТЕГРАЛЬНИМИ УМОВАМИ ДЛЯ ЛІНІЙНИХ СИСТЕМ РІВНЯНЬ ІЗ ЧАСТИННИМИ ПОХІДНИМИ

Досліджено коректність задачі з інтегральними умовами для лінійних систем рівнянь із частинними похідними. Встановлено умови існування і єдності розв'язку розглядуваної задачі. Доведено метричні теореми про оцінки знизу малих знаменників, що виникають при побудові розв'язку задачі.

ЗАДАЧА С ИНТЕГРАЛЬНЫМИ УСЛОВИЯМИ ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ С ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ

Исследована корректность задачи с интегральными условиями для линейных систем уравнений с частными производными. Установлены условия существования и единственности решения рассматриваемой задачи. Доказаны метрические теоремы об оценках снизу малых знаменателей, возникающих при построении решения задачи.

PROBLEM WITH INTEGRAL CONDITIONS FOR SYSTEMS OF LINEAR PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS

The correctness of the problem with integral conditions for systems of linear partial differential equations with constant coefficients is investigated. The conditions of existence and uniqueness of the solution of the problem are established. The metric theorems of estimations of small denominators of the problem are proved.

Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано
21.01.07

УДК 517.95

Н. П. Процах

ЗМІШАНА ЗАДАЧА ДЛЯ АНІЗОТРОПНОГО РІВНЯННЯ ТРЕТЬОГО ПОРЯДКУ

Доведено існування та єдиність розв'язку (в сенсі розподілів) змішаної задачі для анізотропного гіперболічного рівняння третього порядку. Рівняння містить нелінійності степеневого вигляду, степенем яких є функція.

СМЕШАННАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ АНИЗОТРОПНОГО УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

Доказано существование и единственность решения (в смысле распределений) смешанной задачи для анизотропного гиперболического уравнения третьего порядка. Уравнение содержит нелинейности степенного вида, степенью которых является функция.

MIXED PROBLEM FOR ANISOTROPIC THIRD-ORDER EQUATION

The existence and uniqueness of solution (in the sense of distribution) for anisotropic hyperbolic equation of the third order is proved. The equation contains function power non-linearities.

Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано
19.06.06

УДК 519.6

Б. М. Подлевський

**ІТЕРАЦІЙНИЙ МЕТОД ПОЧЕРГОВИХ
НАБЛИЖЕНЬ ДО ВЛАСНИХ ЗНАЧЕНЬ НЕЛІНІЙНИХ
СПЕКТРАЛЬНИХ ЗАДАЧ**

Запропоновано та обґрунтовано ітераційний процес обчислення простого власного значення нелінійної спектральної задачі. Виділено клас нелінійних спектральних задач, для яких запропонований ітераційний процес за власним значенням забезпечує почергові двосторонні наближення до простого власного значення, та клас задач, для якого цей самий ітераційний процес дає лише односторонні монотонні наближення.

**ИТЕРАЦИОННЫЙ МЕТОД АЛЬТЕРНИРУЮЩИХ ПРИБЛИЖЕНИЙ
К СОБСТВЕННЫМ ЗНАЧЕНИЯМ НЕЛИНЕЙНЫХ СПЕКТРАЛЬНЫХ ЗАДАЧ**

Предлагается и обосновывается итерационный процесс определения простого собственного значения нелинейной спектральной задачи. Выделен класс нелинейных спектральных задач, для которых предложенный итерационный процесс обеспечивает альтернирующие двусторонние приближения к простому собственному значению, и класс задач, для которых этот же процесс дает только односторонние монотонные приближения.

**ITERATIVE METHOD OF ALTERNATING APPROXIMATIONS
TO EIGENVALUES OF NON-LINEAR SPECTRAL PROBLEMS**

The iterative process for calculation of a simple eigenvalue of the non-linear spectral problem is offered and justified. The class of non-linear spectral problems for which the offered iterative process ensures alternating two-sided approximations to a simple eigenvalue is selected. The class of problems for which the same process gives only one-sided monotone approximations is selected too.

Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано
28.12.04

NEW TYPE OF INSTABILITY IN FRACTIONAL REACTION-DIFFUSION SYSTEMS

The linear stage of the two-component fractional reaction-diffusion system stability is studied. It is shown that for certain value of fractional derivative index a new type of instability takes place and the system becomes unstable towards perturbations of finite wave number for given value of fractional derivative. As a result, inhomogeneous oscillations with this wave number become unstable and lead to non-linear oscillations which result in spatial oscillatory structure formation. Computer simulation of the system for cubic non-linearity is performed.

НОВИЙ ТИП НЕСТИЙКОСТІ В СИСТЕМАХ РЕАКЦІЇ-ДИФУЗІЇ З ПОХІДНИМИ ДРОБОВОГО ПОРЯДКУ

Досліджено лінійну стадію стійкості двокомпонентної системи реакції-дифузії з дробовими похідними. Показано, що при певному значенні порядку дробової похідної має місце новий тип нестійкості й система стає нестійкою стосовно деякого хвильового числа для цього значення дробової похідної. В результаті нестійкості збурень з цим хвильовим числом у системі формуються просторово-неоднорідні коливні структури. Проведено комп’ютерне моделювання системи для кубичної нелінійності.

НОВЫЙ ТИП НЕУСТОЙЧИВОСТИ В СИСТЕМАХ РЕАКЦИИ-ДИФУЗИИ С ПРОИЗВОДНЫМИ ДРОБНОГО ПОРЯДКА

Исследована линейная стадия устойчивости двухкомпонентной системы реакции-диффузии с дробными производными. Показано, что при определенном значении порядка дробной производной имеет место новый вид неустойчивости и система становится неустойчивой по отношению к определенному волновому числу для заданного значения дробной производной. В результате неоднородные возмущения с этим волновым числом становятся неустойчивыми и приводят к формированию пространственно-неоднородных колебательных структур в системе. Проведено компьютерное моделирование системы для кубической нелинейности.

Pidstryhach Inst. of Appl. Problems
of Mech. and Math. of NASU, Lviv

Received
27.10.06

УДК 519.6:535.4

П. О. Савенко, М. Д. Ткач

**СИНТЕЗ ВИПРОМІНЮЮЧИХ СИСТЕМ ЗА ЗАДАНОЮ
АМПЛІТУДНОЮ ДІАГРАМОЮ НАПРЯМЛЕНОСТІ ЗА НАЯВНОСТІ
ОБМЕЖЕНЬ НА ДЖЕРЕЛА ВИПРОМІНЮВАННЯ**

Розвивається метод розв'язування одного класу нелінійних задач синтезу випромінюючих систем за наявності обмежень на джерела випромінювання. На загальному (операторному) рівні подано варіаційне формульовання задач, одержано основні рівняння синтезу, доведено теорему існування розв'язків. Побудовано й обґрунтовано ітераційний процес для знаходження числових розв'язків. Застосування запропонованого методу проілюстровано на задачі синтезу лінійної антени за заданою амплітудною діаграмою напрямленості.

**СИНТЕЗ ИЗЛУЧАЮЩИХ СИСТЕМ ПО ЗАДАННОЙ
АМПЛИТУДНОЙ ДИАГРАММЕ НАПРАВЛЕННОСТИ ПРИ НАЛИЧИИ
ОГРАНИЧЕНИЙ НА ИСТОЧНИКИ ИЗЛУЧЕНИЯ**

Развивается метод решения одного класса нелинейных задач синтеза излучающих систем при наличии ограничений на источники излучения. На общем (операторном) уровне сформулированы вариационные постановки задач, получены основные уравнения синтеза, доказана теорема существования решений. Построен и обоснован итерационный процесс для нахождения численных решений. Применение предложенного метода иллюстрируется на задаче синтеза линейной антенны по заданной амплитудной диаграмме направленности.

**SYNTHESIS OF RADIATING SYSTEM ACCORDING
TO PRESCRIBED AMPLITUDE DIRECTIVITY PATTERN IN THE PRESENCE
OF LIMITATIONS ON IRRADIATING SOURCES**

The method for solving one class of non-linear synthesis problems of radiating systems in the presence of limitations on the radiating sources is developed. The variational formulation of problems on the general (operational) level is given, the basic synthesis equations are obtained and the theorem of solutions' existence is proved. The iterative process for finding the numerical solutions is constructed and justified. The use of suggested method is illustrated on the synthesis problem of linear antenna according to the prescribed amplitude directivity pattern.

Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстрігача НАН України, Львів

Одержано
18.11.05

В. Д. Кубенко, О. В. Гавриленко

ПЛОСКА СИМЕТРИЧНА ЗАДАЧА ПРО УДАР ТВЕРДОГО ЦИЛІНДРИЧНОГО ТІЛА ПО ПОВЕРХНІ КАВЕРНИ ПРИ СУПЕРКАВІТАЦІЙНОМУ ОБТІКАННІ

Досліджується процес ударної взаємодії твердого циліндричного тіла з поверхнею циліндричної порожнини. Розв'язання сформульованої нестационарної змішаної краєвої задачі з невідомою границею зводиться до спільногороз'язування нескінченної системи лінійних інтегральних рівнянь Вольтерра другого роду та диференціального рівняння руху тіла. Отримано гідродинамічні та кінематичні характеристики процесу.

ПЛОСКАЯ СИММЕТРИЧНАЯ ЗАДАЧА ОБ УДАРЕ ТВЕРДОГО ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ТЕЛА ПО ПОВЕРХНОСТИ КАВЕРНЫ ПРИ СУПЕРКАВИТАЦИОННОМ ОБТЕКАНИИ

Исследуется процесс ударного взаимодействия твердого цилиндрического тела с поверхностью цилиндрической полости в сжимаемой жидкости. Решение сформулированной смешанной нестационарной краевой задачи с подвижной границей сводится к совместному решению бесконечной системы линейных интегральных уравнений Вольтерра второго рода и дифференциального уравнения движения тела. Получены гидродинамические и кинематические характеристики процесса.

PLANE SYMMETRIC PROBLEM ABOUT IMPACT OF SOLID CYLINDRICAL BODY ON SURFACE OF CAVITY UNDER SUPERCAVITATION FLOW

The paper deals with the early stage of a solid cylindrical body impact on the surface of cylindrical cavity in compressible fluid. The solution of the stated mixed non-stationary boundary-value problem with movable boundary is reduced to joint solving the infinite system of linear integral Volterra second-order equations and differential equation of the body movement. The hydrodynamic and kinematic characteristics are obtained.

Ін-т механіки ім. С. П. Тимошенка
НАН України, Київ

Одержано
23.12.06

УДК 532.59

И. Т. Селезов¹, О. В. Авраменко¹, Ю. В. Гуртовый²

РАСПРОСТРАНЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ВОЛНОВЫХ ПАКЕТОВ ПРИ ОКОЛОКРИТИЧЕСКИХ ВОЛНОВЫХ ЧИСЛАХ В ДВУХСЛОЙНОЙ ЖИДКОСТИ КОНЕЧНОЙ ГЛУБИНЫ

Исследуется нелинейная задача о распространении волновых пакетов на поверхности раздела двух жидких слоев с учетом сил поверхностного натяжения. Анализ проводится асимптотическим методом многомасштабных разложений до третьего приближения. На этой основе выведено нелинейное эволюционное уравнение типа Шредингера для случая малых частот, что соответствует окколокритическим волновым числам. Получены выражения для отклонения поверхности раздела и для критического волнового числа в зависимости от характерных параметров задачи.

ПОШИРЕННЯ НЕЛІНІЙНИХ ХВИЛЬОВИХ ПАКЕТІВ ПРИ БІЛЯКРИТИЧНИХ ХВИЛЬОВИХ ЧИСЛАХ У ДВОШАРОВІЙ РІДИНІ СКІНЧЕННОЇ ГЛУБИНИ

Розглянуто нелінійну задачу про поширення хвильових пакетів на поверхні поділу двох рідких шарів з урахуванням сил поверхневого натягу. Дослідження проведено асимптотичним методом багатомасштабних розкладів до третього наближення. На основі цього виведено нелінійне еволюційне рівняння типу Шредингера для випадку малих частот, що відповідає білякритичним хвильовим числам. Одержано залежності для відхилення поверхні поділу та для критичного хвильового числа від характерних параметрів задачі.

PROPAGATION OF NON-LINEAR WAVE-PACKETS AT NEAR-CRITICAL WAVE NUMBERS IN TWO-LAYER FLUID OF FINITE DEPTH

The non-linear problem of wave-packet propagation at the interface of two fluid layers with taking into account the surface tension forces is investigated. The analysis is conducted by the asymptotic method of multiple scale expansions up to the third approximation. On this basis the nonlinear evolution equation of Schrödinger type is derived for the case of small frequencies that corresponds to near-critical wave numbers. The expressions for the interface elevation and for the critical wave number depending on characteristic parameters of the problem are obtained.

¹ Ин-т гидромеханики НАН Украины, Киев,

Получено

² Гос. пед. ун-т, Кировоград

20.09.06

УДК 539.3

П. З. Луговий, І. Ю. Подільчук, К. Г. Головко

ПРО ВПЛИВ ПРУЖНОЇ ОСНОВИ НА ПОШИРЕННЯ ГАРМОНІЧНИХ ХВИЛЬ В ОРТОТРОПНІЙ ЦІЛІНДРИЧНІЙ ОБОЛОНЦІ

На основі теорії оболонок типу Тимошенка отримано рівняння для дослідження осесиметричних полів деформацій в ортотропній циліндричній оболонці на пружній основі Пастернака. Побудовано дисперсійне рівняння, яке дозволяє вивчати рух власних гармонічних хвиль в ортотропній циліндричній оболонці залежно від властивостей пружної основи. Знайдені значення швидкостей хвиль за допомогою затримованого чисельного методу для побудови дисперсійних діаграм співпадають з аналітичними розв'язками, що підтверджує достовірність отриманих результатів.

О ВЛИЯНИИ УПРУГОГО ОСНОВАНИЯ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ ГАРМОНИЧЕСКИХ ВОЛН В ОРТОТРОПНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКЕ

На основе теории оболочек типа Тимошенко получено уравнение для исследования осесимметричных полей деформаций в ортотропной цилиндрической оболочке на упругой основе Пастернака. Построено дисперсионное уравнение, позволяющее изучить движение собственных гармонических волн в ортотропной цилиндрической оболочке в зависимости от свойств упругого основания. Найденные значения скоростей волн с помощью предложенного численного метода для построения дисперсионных диаграмм совпадают с аналитическими решениями, что подтверждает достоверность полученных результатов.

EFFECT OF ELASTIC FOUNDATION ON PROPAGATION OF HARMONIC WAVES IN ORTHOTROPIC CYLINDRICAL SHELL

On the basis of the Timoshenko shell theory, the equation is obtained, which is later used for analyzing the axially-symmetric fields of deformations in an orthotropic cylindrical shell on the elastic Pasternak foundation. The dispersion equation is constructed, which enables studying the propagation of natural harmonic waves in the shell depending on the properties of the elastic foundation. The values of wave velocities obtained by use of numerical method coincide with analytical solutions. This confirms the reliability of the obtained results.

Ін-т механіки ім. С. П. Тимошенка
НАН України, Київ

Одержано
17.07.06

УДК 539.3

В. В. Мелешко¹, О. А. Гуржій², Е. М. Безим'янна¹

ЕЛЕКТРО-ОСМОТИЧНІ ТЕЧІЇ В'ЯЗКОЇ РІДИНИ В ПРЯМОКУТНІЙ ПОРОЖНІНІ

Розглядається електро-осмотична течія у прямокутній каморці. Задача зводиться до двовимірної бігармонічної задачі. Метод суперпозиції виявляється ефективним для розв'язування задач прикладної механіки, що стосуються повільної течії в'язкої рідини у прямокутній порожнині під дією дотичних швидкостей, прикладених на її стінках. Метод ілюструється декількома прикладами.

ЭЛЕКТРО-ОСМОТИЧЕСКИЕ ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ В ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПОЛОСТИ

Рассматривается классическая двухмерная бигармоническая задача для прямоугольной области. Метод суперпозиции оказывается эффективным для решения задач прикладной механики, относящимся к медленному течению вязкой жидкости в прямоугольной полости под действием касательных скоростей, приложенными на ее стенках. Метод проиллюстрирован несколькими примерами.

ELECTRO-OSMOTIC FLOWS OF VISCOUS FLUID IN A RECTANGULAR CAVITY

Two-dimensional, time-independent electro-osmotic flows driven by a uniform electric field in a closed rectangular cavity with uniform and nonuniform zeta potential distributions along the cavity's walls are studied by the method of superposition. This method appears effective for solving mechanical problems concerning creeping flow of viscous fluid set up in a rectangular cavity by tangential velocities applied along its walls. The method is illustrated by several examples.

¹ Київ. нац. ун-т ім. Тараса Шевченка, Київ,
² Ін-т гідромеханіки НАН України, Київ

Одержано
01.02.07

УДК 539.3

Л. В. Курпа, Г. В. Пільгун

МЕТОД R-ФУНКЦІЙ У ЗАДАЧАХ ДОСЛІДЖЕНЬ ГЕОМЕТРИЧНО НЕЛІНІЙНИХ КОЛІВАНЬ ПОЛОГИХ ОБОЛОНОК

Досліджуються вільні геометрично нелінійні коливання пластин і пологих оболонок, що опираються на план складної форми. Алгоритм побудовано на застосуванні теорії R-функцій і методу Бубнова – Гальоркіна, які дозволяють у випадку складної геометрії області оболонки та різних типів граничних умов звести рівняння руху до звичайного диференціального рівняння другого порядку. Наведено амплітудно-частотні характеристики пологих оболонок простої і складної у плані форми. Отримані результати порівнюються з існуючими в літературі.

МЕТОД R-ФУНКЦІЙ В ЗАДАЧАХ ИССЛЕДОВАНИЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ ПОЛОГИХ ОБОЛОЧЕК

Исследуются свободные геометрически нелинейные колебания пологих оболочек, опирающихся на план сложной формы. Алгоритм построен на использовании теории R-функций и метода Бубнова – Галеркина, что позволяет в случае сложной геометрии области оболочки и разных типов граничных условий свести уравнения движения к обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка. Представлены амплитудно-частотные характеристики пологих оболочек простой и сложной формы планов. Проведено сравнение полученных результатов с имеющимися в литературе.

R-FUNCTION METHOD IN PROBLEMS OF INVESTIGATIONS OF GEOMETRICALLY NON-LINEAR VIBRATIONS OF SHALLOW SHELLS

Free geometrically nonlinear vibrations of plates and shallow shells with complicated planforms are studied. The algorithm is based on the application of the R-function theory and the Bubnov – Galerkin procedure to the equations of motion of shallow shells, that allows to reduce them to the second-order ordinary differential equation in the case of complicated planforms shells and different types of boundary conditions. The backbone curves for shallow shells with simple and complex planforms are presented. The results obtained are compared with that available from other works.

Нац. техн. ун-т
«Харків. політехн. ін-т», Харків

Одержано
18.05.06

УДК 539.3

В. Г. Карнаухов¹, Я. В. Ткаченко¹, В. Ф. Зражевська²

ДОСЛІДЖЕННЯ ГАРМОНІЧНИХ КОЛІВАНЬ СФЕРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ З ФІЗИЧНО НЕЛІНІЙНОГО П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНОГО МАТЕРІАЛУ

Досліджено процес гармонічних коливань тонкої сферичної оболонки з фізично нелінійного п'єзокерамічного матеріалу при дії періодичного електричного навантаження. Побудовано амплітудно-частотні характеристики для різних амплітуд електричного навантаження. Досліджено на стійкість точки амплітудно-частотних характеристик. Вивчено переходні процеси виходу на усталені режими гармонічних коливань.

ИССЛЕДОВАНИЕ ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ИЗ ФИЗИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНОГО ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА

Исследован процесс гармонических колебаний тонкой сферической оболочки из физически нелинейного пьезокерамического материала при действии периодической электрической нагрузки. Построены амплитудно-частотные характеристики для различных амплитуд электрической нагрузки. Точки амплитудно-частотных характеристик исследованы на устойчивость. Изучены переходные процессы выхода на установившиеся режимы гармонических колебаний.

INVESTIGATION OF HARMONIC VIBRATIONS OF SPHERICAL SHELL FROM PHYSICALLY NON-LINEAR PIEZOELECTRIC MATERIAL

The process of harmonic vibrations of thin piezoelectric ceramic spherical shell under electric periodic loading is investigated. The shell material is physically nonlinear. The amplitude-frequency characteristics are plotted for different amplitudes of electric loading. The stability of points of amplitude-frequency characteristics is investigated. Transients of setting up the steady-state harmonic vibrations are shown.

¹ Ін-т механіки ім. С. П. Тимошенка

НАН України, Київ,

² Нац. техн. ун-т України «КПІ», Київ

Одержано
01.12.06

УДК 539.3

В. З. Станкевич

ВЗАЄМОДІЯ ТРІЩИН У ПРУЖНОМУ ТІЛІ, ЩО ОМИВАЄТЬСЯ РІДИНОЮ, ЗА ГАРМОНІЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ

Метод граничних інтегральних рівнянь застосовано до розв'язання динамічної задачі про взаємодію компланарних кругових тріщин у пружному півпросторі, що омивається рідиною. На поверхні тріщин діють усталені в часі розривні навантаження. Отримано та проаналізовано коефіцієнти інтенсивності напруження в околах контурів дефектів.

ВЗАЙМОДЕЙСТВИЕ ТРЕЩИН В УПРУГОМ ТЕЛЕ, ОМЫВАЕМОМ ЖИДКОСТЬЮ, ПРИ ГАРМОНИЧЕСКИХ НАГРУЗКАХ

Метод граничных интегральных уравнений использован для решения динамической задачи о взаимодействии компланарных круговых трещин в упругом полупространстве, омываемом жидкостью. Поверхности трещин находятся под воздействием установившихся во времени разрывных нагрузок. Получены и проанализированы коэффициенты интенсивности напряжений в окрестности дефектов.

CRACKS INTERACTION IN ELASTIC SOLID CONTACTING WITH FLUID UNDER TIME-HARMONIC LOADING

The boundary integral equation method is applied to solving the multiple crack problem for elastic half-space contacting with a fluid. The crack faces are subjected to time-harmonic loading. The stress intensity factors in the vicinities of defects are obtained and analyzed.

Львів. філія Дніпропетр. нац. ун-ту
залізн. транспорту ім. акад. В. Лазаряна, Львів

Одержано
05.10.06

УДК 539.3

Я. І. Кунець, В. В. Матус, В. В. Пороховський

**ДИНАМІЧНА КОНЦЕНТРАЦІЯ НАПРУЖЕНЬ В ОКОЛІ
ЗАГЛІБЛЕННОГО ТОНКОГО ПРЯМОЛІНІЙНОГО ВКЛЮЧЕННЯ НИЗЬКОЇ
ЖОРСТКОСТІ В УМОВАХ АНТИПЛОСКОЇ ДЕФОРМАЦІЇ**

Досліджуються нестационарні напруження поблизу країв прямолінійного тонкого тунельного включення змінної товщини та низької жорсткості, що знаходитьться у пружному півпросторі паралельно до поверхні. Пружна система перебуває в умовах поздовжнього зсуву при дії на неї імпульсу SH-хвиль. Методика дослідження засновується на використанні інтегрального перетворення Фур'є за часом, методу сингулярних інтегральних рівнянь і методу ортогональних многочленів.

**ДИНАМИЧЕСКАЯ КОНЦЕНТРАЦИЯ НАПРЯЖЕНИЙ ВОЗЛЕ
УГЛУБЛЕННОГО ТОНКОГО ПРЯМОЛИНЕЙНОГО ВКЛЮЧЕНИЯ МАЛОЙ
ЖЕСТКОСТИ В УСЛОВИЯХ АНТИПЛОСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ**

Исследуются нестационарные напряжения возле краев прямолинейного тонкого туннельного включения переменной толщины и малой жесткости, которое находится в упругом полупространстве параллельно к поверхности. Упругая система находится в условиях антиплоского сдвига при воздействии на нее импульса SH-волны. Методика базируется на использовании интегрального преобразования Фурье по времени, метода сингулярных интегральных уравнений и метода ортогональных многочленов.

**DYNAMIC STRESS CONCENTRATION IN THE VICINITY
OF SUBMERGED THIN PLANE INCLUSION OF LOW RIGIDITY
UNDER ANTIPLANE STRAIN**

The transient stresses near the edges of a thin plane tunnel inclusion of variable thickness and low rigidity that is in elastic half-space in a parallel way to the surface are studied. The elastic system is under the conditions of antiplane shear and under the pulse of SH-wave. The procedure is based on application the integral Fourier time transform, the method of singular integral equations, and method of orthogonal polynomials.

Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано
16.09.06

УДК 539.3

Г. Т. Сулим^{1,2}, М. І. Махоркін¹

АСИМПТОТИКИ ПОЛІВ НАПРУЖЕНЬ І ПЕРЕМІЩЕНЬ У КЛИНОВИХ СИСТЕМАХ ПРИ ПЛОСКОМУ НАПРУЖЕНОМУ СТАНІ

Наведено методику обчислення порядку сингулярності та побудови асимптоматик напружень і переміщень у клиновій системі за плоского напруженоого стану. Побудовано асимптоматики напружень та рівняння для обчислення порядку сингулярності в околі вершини тонкого півбезмежного дефекту типу тріщини та абсолютно жорсткого включення, розташованих на ламаній межі поділу матеріалів. Чисельно досліджено залежності порядку сингулярності напружень від відношень модулів зсуву матеріалів і від кута зламу межі їх поділу.

АСИМПТОТИКИ ПОЛЕЙ НАПРЯЖЕНИЙ И ПЕРЕМЕЩЕНИЙ В КЛИНЬЕВЫХ СИСТЕМАХ ПРИ ПЛОСКОМ НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ

Приведена методика определения порядка сингулярности и построения асимптотик напряжений и перемещений в клиньевой системе при условиях плоского напряженного состояния. Построены асимптотики напряжений и уравнения для определения порядка сингулярности в окрестности вершины тонкого полубесконечного дефекта типа трещины или абсолютно жесткого включения, расположенных на ломаной линии раздела двух различных сред. Численно исследованы зависимости порядка сингулярности от отношения модулей сдвига материалов и от угла излома границы их раздела.

ASYMPTOTICS OF STRAINS AND DISPLACEMENTS FIELDS IN WEDGE SYSTEMS UNDER PLANE STRAINED CONDITION

We present the method for singularity order determination and the technique of strains and displacements asymptotic formation in a wedge system under plane strained condition. We have constructed our strain asymptotics and equations for determination the singularity order near the tip of a thin semi-indefinite defect similar to the crack or absolutely rigid inclusion located on the broken interface of two different environments. Also we performed computational investigation of the singularity order dependence on material shifts modules' ratio and on break angle of their interface.

¹ Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів,

Одержано
19.06.06

² Львів. нац. ун-т ім. Івана Франка, Львів

УДК 539.3

А. Я. Вашишин

ЕФЕКТ МЕЖОВОГО ШАРУ ЗА ДЕФОРМУВАННЯ ГРАНИЦІ ПРУЖНОГО ПІВПРОСТОРУ ДОВІЛЬНИМ НОРМАЛЬНИМ НАВАНТАЖЕННЯМ

Припущення про рівність нулеві дотичних напружень на границі пружного півпростору при її гладкому нормальному навантаженні обумовлює парадокс взаємопроникнення точок матеріального континууму [2]. При цьому з'ясовано, що для уникнення цієї фізичної некоректності досить наділити границю певними реологічними властивостями, які уможливлюють регулювання її вертикальних переміщень розподілом на ній за певним законом дотичних напружень. Доведено, що за кожди існує такий закон розподілу дотичних напружень, за якого вертикальні переміщення границі є нульовими за довільного нормального навантаження.

ЭФФЕКТ ГРАНИЧНОГО СЛОЯ ПРИ ДЕФОРМИРОВАНИИ ГРАНИЦЫ УПРУГОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА ПРОИЗВОЛЬНОЙ НОРМАЛЬНОЙ НАГРУЗКОЙ

Предположение о равенстве нулю касательных напряжений на границе упругого полупространства при ее гладкой нормальной нагрузке предопределяет парадокс взаимопроникновения точек материального континуума. При этом показано, что для избежания этой физической некорректности достаточно предположить, что граница тела обладает реологическими свойствами, которые позволяют регулировать ее вертикальные перемещения распределением на ней по определенному закону касательных напряжений. Доказано, что всегда существует такой закон распределения касательных напряжений, при котором вертикальные перемещения границы являются нулевыми при произвольной нормальной нагрузке.

EFFECT OF BOUNDARY LAYER AT STRAIN OF ELASTIC HALF-SPACE BOUNDARY BY ARBITRARY NORMAL LOADING

The assumption on vanishing of the tangential stresses on the boundary of elastic half-space subject to smooth normal load causes a paradox of infiltration of points of material continuum. We demonstrate that in order to avoid this physical ill-posedness it is sufficient to assume that the boundary of the solid satisfies some flow properties that allow us to regulate its vertical displacements by means of distribution of tangential stresses on it according to a certain law. It is proved that there always exists such a distribution law that the vertical displacements of the boundary are equal to zero under arbitrary normal load.

Львів. нац. ун-т ім. Івана Франка, Львів

Одержано
05.05.06

I. Я. Жбадинський

ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ІНТЕНСИВНОСТІ НАПРУЖЕНЬ ВІДРИВУ У БІМАТЕРІАЛЬНОМУ ТІЛІ З ЕЛІПТИЧНОЮ ТРІЩИНОЮ ПІД НЕСТАЦІОНАРНИМ НАВАНТАЖЕННЯМ

Розглянуто симетричну задачу про нестаціонарне нормальнє навантаження поверхонь еліптичної тріщини, розташованої перпендикулярно до міжматеріальної поверхні ідеально з'єднаних пружних півпросторів. З урахуванням умов контакту півпросторів та умов навантаження на тріщині задачу зведено до граничного інтегрального рівняння відносно функції розкриття дефекту в спектральній області зображені Фур'є за часом. Розв'язання рівняння проводиться за допомогою методу відображенів і чисельного відтворення оригіналів. Для різних часових профілів навантажень, эксцентриситетів тріщини та співвідношень між модулями пружності складових частин тіла встановлено залежності коефіцієнтів інтенсивності напруження в околі тріщини від часу, а у випадку усталеного процесу – від хвильового числа.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ИНТЕНСИВНОСТИ НАПРЯЖЕНИЙ ОТРЫВА В БИМАТЕРИАЛЬНОМ ТЕЛЕ С ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ ТРЕЩИНОЙ ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОМ НАГРУЖЕНИИ

Рассмотрена симметричная задача нестационарного нормального нагружения поверхностей эллиптической трещины, расположенной перпендикулярно к межматериальной поверхности идеально соединенных упругих полупространств. С учетом условий сопряжения полупространств, а также условий нагружения на трещине задача сведена к граничному интегральному уравнению относительно функций динамического раскрытия дефекта в спектральной области преобразования Фурье по времени. Решение уравнения производится с помощью метода отображений и численного определения оригиналов. Для разных временных профилей нагружения, эксцентриситетов трещины и соотношений между модулями жесткости составляющих частей композита установлены зависимости коэффициентов интенсивности напряжений в окрестности трещины от времени, а в случае установившегося процесса – от волнового числа.

DETERMINATION OF MODE-I STRESS INTENSITY FACTOR IN BIMATERIAL SOLID WITH ELLIPTIC CRACK UNDER NON-STATIONARY LOADING

The symmetric problem on the non-stationary normal loading of elliptic crack located perpendicularly to the interface of the perfectly connected half-spaces is considered. By means of satisfaction the interfacial contact conditions and crack surface load conditions, it is reduced to the boundary integral equation relative to the crack opening function in the Fourier time transform domain. The equation is solved by using the mapping method and numerical determination of originals. The temporal and frequency dependencies of mode-I stress intensity factor in the vicinity of the crack front points for different time types of loading, relations between the elastic modulus of the composite constituents and the crack eccentricities are revealed.

Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстрігача НАН України, Львів

Одержано
11.10.06

УДК 539.3

В. К. Опанасович¹, Б. С. Слободян²

**ЗГИН КУСКОВО-ОДНОРІДНОЇ ПЛАСТИНИ З ТРИЩИНОЮ
НА ПРЯМОЛІНІЙНІЙ МЕЖІ ПОДІЛУ МАТЕРІАЛІВ
З УРАХУВАННЯМ КОНТАКТУ ЇЇ БЕРЕГІВ**

Досліджено двосторонній згин кусково-однорідної ізотропної пластини з тріщиною на прямолінійній межі поділу матеріалів з урахуванням контакту її берегів. Із використанням теорії функцій комплексної змінної і комплексних потенціалів сформульовану задачу зведено до задач лінійного спряження, на основі яких знайдено явний вигляд для комплексних потенціалів. Проведено числовий аналіз контактного тиску між берегами тріщин і напруженінь на межі поділу матеріалів.

**ИЗГИБ КУСОЧНО-ОДНОРОДНОЙ ПЛАСТИНЫ С ТРЕЩИНОЙ НА ПРЯМОЛИНЕЙНОЙ
ЛИНИИ РАЗДЕЛА МАТЕРИАЛОВ С УЧЕТОМ КОНТАКТА ЕЕ БЕРЕГОВ**

Исследована задача о двустороннем изгибе кусочно-однородной изотропной пластины с трещиной на прямолинейной линии раздела материала с учетом контакта ее берегов. С использованием методов теории функций комплексной переменной и комплексных потенциалов решение задачи сведено к задачам линейного со-пряжения, на основании которых определены комплексные потенциалы. Проведен численный анализ контактного давления между берегами трещины и напряжений на границе раздела материалов.

**BENDING OF PIECE-HOMOGENEOUS PLATE WITH CRACK ON THE INTERFACE
OF MATERIALS WITH ALLOWANCE FOR CONTACT OF ITS FACES**

In the work bending of a piece-homogeneous isotropic plate which has a crack on the interface of materials with allowance for contact of its faces has been studied. The solution to the problem is constructed with application of the theory of functions of complex variable and complex potentials and their explicit form is found. The numerical analysis of contact pressure between the crack faces and stresses on the interface of materials has been made.

¹ Львів. нац. ун-т ім. Івана Франка, Львів,

Одержано

² Ін-т прикл. проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

02.08.05

АКУСТИКО-ЕМІСІЙНЕ ВИЗНАЧЕННЯ РОЗМІРІВ ГРАФІТОВОГО ВКЛЮЧЕННЯ, ЩО РУЙНУЄТЬСЯ

Сформульовано теоретико-експериментальні засади визначення за сигналами акустичної емісії геометричних параметрів кулястого графітового включення, що руйнується у матриці високоміцного чавуну під дією квазістатичного навантаження. Проведено порівняння отриманих експериментальних даних з результатами металографічного аналізу. Показано, що метод акустичної емісії дозволяє ефективно виявляти ранні стадії зародження руйнування у високоміцних чавунах, а отримані дані добре узгоджуються з результатами розрахунків, отриманих з аналітичних залежностей.

АКУСТИКО-ЭМИССИОННОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗМЕРОВ РАЗРУШАЮЩЕГОСЯ ГРАФИТОВОГО ВКЛЮЧЕНИЯ

Сформулированы теоретико-экспериментальные принципы определения по сигналам акустической эмиссии геометрических параметров шаровидного графитового включения, которое разрушается в матрице высокопрочного чугуна под воздействием квазистатической нагрузки. Проведено сравнение полученных экспериментальных данных с результатами металлографического анализа. Показано, что метод акустической эмиссии позволяет эффективно выявлять ранние стадии зарождения разрушения в высокопрочных чугунах, а полученные данные хорошо согласуются с результатами расчетов аналитической зависимости.

ACOUSTIC-EMISSION ANALYSIS OF GRAPHITE INCLUSION SIZE WHICH FAILS IN STRAIN

Theoretical and experimental principles for evaluation of geometric parameters of spherical graphite inclusion which fails in the matrix from cast iron under quasi-static loading, by the acoustic-emission signals, are derived. Comparison of experimental data and results of metallographic analysis is carried out. Effective identification of early stages of fracture in cast-irons by the acoustic-emission method and well correlates of obtained information and analytical dependences are shown.

Фіз.-мех. ін-т ім. Г. В. Карпенка
НАН України, Львів

Одержано
26.01.07