

УДК 512.64

В. М. Петричкович

### ПРО КРАТНОСТІ ХАРАКТЕРИСТИЧНИХ КОРЕНІВ, СТЕПЕНІ ЕЛЕМЕНТАРНИХ ДІЛЬНИКІВ І ФАКТОРИЗАЦІЮ МНОГОЧЛЕННИХ МАТРИЦЬ

Нехай  $A(x)$  – регулярна многочленна матриця степеня  $m$  над кільцем многочленів  $\mathbb{P}[x]$ , де  $\mathbb{P}$  – алгебраїчно замкнене поле,  $(x - \beta_j)^{s_j}$  – її елементарні дільники степенів  $s_j > 2$ ,  $j = 1, \dots, p$ , а решта її елементарних дільників є степенів, не вищих ніж 2. Доведено, що, коли  $s_1 + s_2 + \dots + s_p = s \leq m + p$ , то матриця  $A(x)$  розкладається на множники  $A(x) = (Ex - B_1) \dots (Ex - B_t) C_t(x)$ ,  $t \geq m + p + 1 - s$ , де  $E$  – одинична матриця.

### О КРАТНОСТЯХ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ КОРНЕЙ, СТЕПЕНЯХ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ДЕЛИТЕЛЕЙ И ФАКТОРИЗАЦИИ МНОГОЧЛЕННЫХ МАТРИЦ

Пусть  $A(x)$  – регулярная многочленная матрица степени  $m$  над кольцом многочленов  $\mathbb{P}[x]$ , где  $\mathbb{P}$  – алгебраически замкнутое поле,  $(x - \beta_j)^{s_j}$  – ее элементарные делители степеней  $s_j > 2$ ,  $j = 1, \dots, p$ , а остальные ее элементарные делители имеют степени, не больше 2. Доказано, что, если  $s_1 + s_2 + \dots + s_p = s \leq m + p$ , то матрица  $A(x)$  разложима на множители  $A(x) = (Ex - B_1) \dots (Ex - B_t) C_t(x)$ ,  $t \geq m + p + 1 - s$ , где  $E$  – единичная матрица.

### ON MULTIPLICITIES OF CHARACTERISTIC ROOTS AND DEGREES OF ELEMENTARY DIVISORS AND FACTORIZATION OF POLYNOMIAL MATRICES

Let  $A(x)$  be a regular polynomial matrix of degree  $m$  over the polynomials ring  $\mathbb{P}[x]$ , where  $\mathbb{P}$  is an algebraically closed field. Let  $(x - \beta_j)^{s_j}$  be their elementary divisors of degree  $s_j > 2$ ,  $j = 1, \dots, p$ , whose remaining elementary divisors are of degree no more than 2. It is proved that if  $s_1 + s_2 + \dots + s_p = s \leq m + p$ , then the matrix  $A(x)$  can be factored into factors  $A(x) = (Ex - B_1) \dots (Ex - B_t) C_t(x)$ ,  $t \geq m + p + 1 - s$ , where  $E$  is the identity matrix.

Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано  
10.06.04

УДК 512.64

**Б. З. Шаваровський**

### **ЗАУВАЖЕННЯ ДО ПОДІБНОСТІ НАБОРІВ МАТРИЦЬ**

*Для виділеного класу многочленних матриць вказано канонічну форму відносно напівскалярно еквівалентних перетворень. Це дало можливість встановити канонічну форму стосовно одночасного перетворення подібності для відповідного класу наборів матриць над полем.*

#### **ЗАМЕЧАНИЕ К ПОДОБИЮ НАБОРОВ МАТРИЦ**

*Для выделенного класса многочленных матриц указана каноническая форма относительно полускалярно эквивалентных преобразований. Это дало возможность установить каноническую форму относительно одновременного преобразования подобия для соответствующего класса наборов матриц над полем.*

#### **NOTE ON SIMILARITY OF COLLECTIONS OF MATRICES**

*The canonical form is given for a certain class of polynomial matrices relatively to the semiscalar-equivalent transformations. It makes it possible to define the canonical form relatively to a simultaneous similarity transformation for the corresponding class of set of matrices over the field.*

Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано  
16.04.03

УДК 517.95

В. М. Поліщук, Б. Й. Пташник

**ПЕРІОДИЧНА КРАЙОВА ЗАДАЧА ДЛЯ СЛАБКО  
НЕЛІНІЙНИХ ГІПЕРБОЛІЧНИХ РІВНЯНЬ ЗІ ЗМІННИМИ  
В ЛІНІЙНІЙ ЧАСТИНІ ОПЕРАТОРА КОЕФІЦІЄНТАМИ**

*Встановлено умови існування та єдиності періодичного за обома змінними розв'язку слабо нелінійного строго гіперболічного за Петровським рівняння на площині, оператор лінійної частини якого розпадається на множники першого порядку зі змінними за часом коефіцієнтами. Для розв'язання проблеми малих знаменників, що виникає при дослідженні задачі, застосовано метричний підхід.*

**ПЕРИОДИЧЕСКАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ СЛАБО  
НЕЛИНЕЙНЫХ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ С ПЕРЕМЕННЫМИ  
В ЛИНЕЙНОЙ ЧАСТИ ОПЕРАТОРА КОЭФФИЦИЕНТАМИ**

*Установлены условия существования и единственности периодического по обоим переменным решения слабо нелинейного строго гиперболического за Петровским уравнения на плоскости, оператор линейной части которого разлагается на множители первого порядка с переменными по времени коэффициентами. Для разрешения проблемы малых знаменателей, возникающей при исследовании задачи, использован метрический подход.*

**PERIODIC BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR WEAKLY  
NONLINEAR HYPERBOLIC EQUATIONS WITH VARIABLE  
COEFFICIENTS IN LINEAR PART OF OPERATOR**

*The conditions of existence and uniqueness of the periodic (for both variables) solution to the weakly nonlinear strictly hyperbolic – by Petrovsky – equation on the plane are established. The linear part of operator decomposes into the first order factors with time varying coefficients. In order to solve the problem of small denominators, that appear at investigation, the metric method is used.*

Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано  
30.12.04

УДК 517.95

І. Є. Баранська

### **ОБЕРНЕНА ЗАДАЧА ДЛЯ ПАРАБОЛІЧНОГО РІВНЯННЯ В ОБЛАСТІ З ВІЛЬНОЮ МЕЖЕЮ**

*Встановлено умови існування і єдиності розв'язку оберненої задачі визначення невідомого старшого коефіцієнта, що залежить від часу, в параболічному рівнянні в області з вільною межею.*

### **ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ В ОБЛАСТИ СО СВОБОДНОЙ ГРАНИЦЕЙ**

*Установлены условия существования и единственности решения обратной задачи определения неизвестного старшего коэффициента, зависящего от времени, в параболическом уравнении в области со свободной границей.*

### **INVERSE PROBLEM FOR EQUATION OF PARABOLIC TYPE IN DOMAIN WITH FREE BOUNDARY**

*We establish the conditions for existence and uniqueness of solution to the inverse problem for a parabolic equation with the unknown time-dependent leading coefficient in the domain with free boundary.*

Львів. нац. ун-т ім. Івана Франка, Львів

Одержано  
02.03.04

УДК 519.642

О. Б. Герасимчук, О. М. Рибицька

### **НОРМАЛЬНИЙ РОЗВ'ЯЗОК ІНТЕГРАЛЬНОГО РІВНЯННЯ ПЕРШОГО РОДУ ЗІ СЛАБКОЮ ОСОБЛИВІСТЮ**

*На засадах мероморфного стосовно параметра регуляризації зображення розв'язку нормалізованого інтегрального рівняння типу Фредгольма другого роду проведено регуляризацію оберненого оператора Мура – Пенроуза зі слабкою особливістю та особливістю типу ньютонівського потенціалу, заданого на многовидах із краєм.*

### **НОРМАЛЬНОЕ РЕШЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ПЕРВОГО РОДА СО СЛАБОЙ ОСОБЕННОСТЬЮ**

*На основании мероморфного относительно параметра регуляризации изображения решения нормализованного интегрального уравнения типа Фредгольма второго рода проведена регуляризация обратного оператора Мура – Пенроуза со слабой особенностью, а также особенностью типа ньютонического потенциала, заданного на многообразиях с краем.*

### **NORMAL SOLUTION OF THE FIRST KIND INTEGRAL EQUATION WITH WEAK PECULIARITY**

*On the basis of meromorphic (relative to regularization parameter) solution representation to the normalized integral second kind Fredholm-type equation, the regularization of the Moor – Penrose inverse operator with weak peculiarity and also with peculiarity of Newtonian potential type, given on the manifold with an edge, has been carried out.*

Нац. ун-т «Львів. політехніка», Львів

Одержано  
20.07.04

УДК 519.632.4.001.57

А. Я. Бомба, І. М. Присяжнюк

### **ЗАДАЧІ ТИПУ «ФІЛЬТРАЦІЯ-КОНВЕКЦІЯ» У ТРИЗВ'ЯЗНИХ ОБЛАСТЯХ ІЗ КРАЙОВИМИ УМОВАМИ ОСЕРЕДНЕННЯ**

*Одержано розв'язки класу задач типу «фільтрація-конвекція» у тризв'язній області, обмеженій екіпотенціальними лініями, у випадку, коли на невідомій ділянці виходу течії з одного із внутрішніх контурів – складових її границі, задається умова осереднення. В основі їх побудови – ідея «конформного переходу» від даної області з розрізом вздовж однієї із ліній розділу течії до відповідної області комплексного потенціалу. Наведено результати числових розрахунків за отриманими формулами.*

### **ЗАДАЧИ ТИПА «ФИЛЬТРАЦИЯ-КОНВЕКЦИЯ» В ТРЕХСВЯЗНЫХ ОБЛАСТЯХ С КРАЕВЫМИ УСЛОВИЯМИ УСРЕДНЕНИЯ**

*Получены решения класса задач типа «фильтрация-конвекция» в трехсвязной области, ограниченной экипотенциальными линиями, в случае, когда на участке выхода течения из одного из внутренних контуров – составных ее границы, задается условие усреднения. В основе их построения – идея «конформного перехода» от данной области с разрезом вдоль одной из линий раздела течения к соответствующей области комплексного потенциала. Приведены результаты числовых расчетов по полученным формулам.*

### **PROBLEMS OF «CONVECTION-FILTRATION» TYPE IN THREE-COHERENT DOMAINS WITH BOUNDARY CONDITIONS OF AVERAGING**

*The solutions to one class of problems of «filtration-convection» type in three-coherent domain, bounded by equipotential lines are obtained in the case, when the averaging condition is given on the unknown part of the flow output from one of internal contours – its compound border. The idea of conform transition from the given domain with a cross-section along one of the lines of flow to the appropriate domain of complex potential is in the basis of their construction. The results of numerical calculations are given.*

Рівн. держ. гуманіт. ун-т, Рівне

Одержано  
30.04.04

УДК 627.324.2/3:532.72

А. П. Власюк, П. М. Мартинюк

### **ЧИСЛОВЕ МОДЕЛЮВАННЯ СТАБІЛІЗОВАНИМИ СХЕМАМИ МСЕ ФІЛЬТРАЦІЙНОЇ КОНСОЛІДАЦІЇ ТІЛА ҐРУНТОВОЇ ГРЕБЛІ З УРАХУВАННЯМ ТЕПЛОМАСОПЕРЕНОСУ**

*Сформульовано математичну модель двовимірної задачі фільтраційної консолідації тіла ґрунтової греблі з урахуванням масопереносу солей в неізотермічному режимі та отримано її числовий розв'язок з використанням стабілізаційних схем методу скінченних елементів. На основі проведених числових експериментів показано вплив масопереносу солей та неізотермічних умов на процес фільтраційної консолідації тіла ґрунтової греблі.*

### **ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТАБИЛИЗАЦИОННЫМИ СХЕМАМИ МКЭ ФИЛЬТРАЦИОННОЙ КОНСОЛИДАЦИИ ТЕЛА ГРУНТОВОЙ ПЛОТИНЫ С УЧЁТОМ ТЕПЛОМАСОПЕРЕНОСА**

*Сформулирована математическая модель двухмерной задачи фильтрационной консолидации тела грунтовой плотины с учётом массопереноса солей в неизо-термическом режиме и получено её численное решение с использованием стабили-зационных схем метода конечных элементов. На основании проведённых числен-ных экспериментов показано влияние массопереноса солей и неизо-термических условий на процесс фильтрационной консолидации тела глинистой плотины.*

### **NUMERICAL MODELING OF FILTRATION CONSOLIDATION PROBLEM OF THE BODY OF SOIL DAM TAKING INTO ACCOUNT HEAT AND MASS TRANSFER BY STABILIZED FINITE ELEMENT METHOD**

*A mathematical model of filtration consolidation problem of the body of soil dam taking into account the salt transfer and non-isothermal conditions has been formulated. The numerical solution of the corresponding two-dimensional boundary-value problem has been found by the stabilized finite element method. The influence of the salt transfer and non-isothermal conditions on the filtration consolidation process has been investigated by means of the numerical experiment.*

Укр. держ. ун-т водного госп-ва  
та природокористування, Рівне

Одержано  
11.05.04

УДК 517.983.54

М. М. Войтович, Ю. П. Тополук

### ШВИДКІСТЬ ЗБІЖНОСТІ ІТЕРАЦІЙНОГО МЕТОДУ ДЛЯ ЗАДАЧІ З ВІЛЬНОЮ ФАЗОЮ З ІЗОМЕТРИЧНИМ ОПЕРАТОРОМ

*Розглядається варіаційна задача про псевдорозв'язки рівняння з вільною фазою правої частини у випадку ізометричного оператора в гільбертових просторах. Доводиться збіжність методу простої ітерації, застосованого до рівняння Ейлера задачі. Встановлено, що поза точками галуження метод збігається зі швидкістю геометричної прогресії. Одержано апостеріорні оцінки швидкості збіжності.*

### СКОРОСТЬ СХОДИМОСТІ ІТЕРАЦИОННОГО МЕТОДА ДЛЯ ЗАДАЧИ СО СВОБОДНОЙ ФАЗОЙ С ИЗОМЕТРИЧЕСКИМ ОПЕРАТОРОМ

*Рассматривается вариационная задача о псевдорешениях уравнения со свободной фазой правой части в случае изометрического оператора в гильбертовых пространствах. Доказывается сходимость метода простой итерации, примененного к уравнению Эйлера задачи. Установлено, что за исключением точек ветвления метод сходится со скоростью геометрической прогрессии. Получены апостериорные оценки скорости сходимости.*

### VELOCITY OF CONVERGENCE OF ITERATIVE METHOD FOR THE PROBLEM WITH FREE PHASE WITH ISOMETRIC OPERATOR

*The variational problem on pseudo-solutions of the equation with free phase in the case of isometric operator in Hilbert spaces is considered. The convergence of the simple iteration method, applied to the Euler equation of the problem, is proved. The geometric progression velocity of convergence of the method – without branching points – is established. A posteriori estimation of the convergence velocity is obtained.*

Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано  
29.04.04



УДК 539.3

Я. М. Григоренко, Л. С. Рожок

### **ЗАСТОСУВАННЯ ДИСКРЕТНИХ РЯДІВ ФУР'Є ДО РОЗВ'ЯЗАННЯ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ СТАТИКИ ПРУЖНИХ ТІЛ НЕКАНОНІЧНОЇ ФОРМИ**

*Для розв'язання двовимірних крайових задач про напружений стан пластин, оболонок і просторових тіл запропоновано нетрадиційний підхід, що базується на зведенні двовимірних задач до одновимірних із застосуванням дискретних рядів Фур'є. Двовимірна крайова задача містить як множники при розв'язувальних функціях геометричні та механічні параметри, що не дозволяють відокремити змінні. Введення доповняльних функцій, які включають в себе розв'язувальні функції і їхні похідні разом з вказаними множниками, дозволяє за рахунок розвинення усіх функцій в ряди Фур'є в одному координатному напрямку звести задачу до одновимірної. При інтегруванні одновимірної крайової задачі амплітудні значення доповняльних функцій визначаються за допомогою рядів Фур'є функцій, що задані на дискретній множині точок. Одновимірну крайову задачу розв'язуємо стійким чисельним методом дискретної ортогоналізації. Наведено результати розв'язання задач у вигляді графіків і таблиць.*

### **ПРИМЕНЕНИЕ ДИСКРЕТНЫХ РЯДОВ ФУРЬЕ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ СТАТИКИ УПРУГИХ ТЕЛ НЕКАНОНИЧЕСКОЙ ФОРМЫ**

*Для решения двумерных краевых задач о напряженном состоянии пластин, оболочек и пространственных тел предложен нетрадиционный подход, основанный на сведении двумерных задач к одномерным с применением дискретных рядов Фурье. Двумерная краевая задача содержит в качестве множителей при разрешающих функциях геометрические и механические параметры, которые не позволяют разделить переменные. Введение дополнительных функций, которые включают в себя разрешающие функции и их производные вместе с указанными множителями, позволяет путем разложения всех функций в ряды Фурье в одном координатном направлении свести задачу к одномерной. При интегрировании одномерной краевой задачи амплитудные значения дополнительных функций определяются с помощью рядов Фурье для функций, которые заданы на дискретном множестве точек. Одномерную краевую задачу решаем устойчивым численным методом дискретной ортогонализации. Приведены результаты решения задач в виде графиков и таблиц.*

### **APPLICATION OF DISCRETE FOURIER SERIES TO SOLVING BOUNDARY-VALUE STATIC PROBLEMS FOR ELASTIC BODIES OF NON-CANONICAL FORM**

*The paper presents a nontraditional approach to solving two-dimensional boundary-value problems on the stress state of plates, shells, and spatial bodies. The approach is based on the reduction of two-dimensional problem to one-dimensional one using the discrete Fourier series. The two-dimensional problem contains the geometric and mechanical parameters as the multipliers on solving functions what makes it impossible to separate the variables. Introduction of additional functions, which include resolving functions, and their derivatives together with indicated multipliers, allows us to reduce the problem to one-dimensional one through expansion of all the functions into the Fourier series in one coordinate direction. At integrating the one-dimensional boundary-value problem, the amplitude values of additional functions are determined through the Fourier series of functions which are specified at the discrete set of points. The one-dimensional boundary-value problem is solved by the stable numerical method of discrete orthogonalization. The results obtained are presented in the form of plots and tables.*

Ин-т механіки ім. С. П. Тимошенка  
НАН України, Київ

Одержано  
07.02.05

УДК 539.3

І. О. Бутрак

### АСИМПТОТИКА ДАЛЬНЬОГО ПОЛЯ ПЕРЕМІЩЕНЬ І НАПРУЖЕНЬ ВІД ДИНАМІЧНОГО РОЗКРИТТЯ ПРОСТОРОВОЇ ТРІЩИНИ

*Розглянуто тривимірну задачу дифракції гармонічних хвиль на просторовій тріщині в безмежному пружному тілі. Шляхом апроксимації ядер в інтегральних поданнях компонент відбитих хвиль отримано формули для ефективного розрахунку переміщень, напружень, а також поперечних перерізів розсіяння у дальній зоні через стрибки переміщень протилежних поверхонь тріщини.*

### АСИМПТОТИКА ДАЛЬНЕГО ПОЛЯ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ И НАПРЯЖЕНИЙ ОТ ДИНАМИЧЕСКОГО РАСКРЫТИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ТРЕЩИНЫ

*Рассмотрена трехмерная задача дифракции гармонических волн на пространственной трещине в бесконечном упругом теле. Путем аппроксимации ядер в интегральных представлениях компонент отраженных волн получены формулы для эффективного расчета перемещений, напряжений, а также поперечных сечений рассеяния в дальней зоне через скачки перемещений противоположных поверхностей трещины.*

### ASYMPTOTICS OF FAR-FIELD OF DISPLACEMENTS AND STRESSES FROM SPATIAL CRACK DYNAMIC OPENING

*Within the three-dimensional statement, the harmonic wave diffraction problem for a spatial crack in an infinite elastic body is considered. The formulas for efficient determination of the far field displacements, stresses and scattering cross-section via displacement jumps across the crack faces are obtained by means of approximation of the kernels in the integral representations of the scattered wave components.*

Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано  
19.02.04

УДК 539.377

В. І. Шваб'юк<sup>1</sup>, О. В. Максимович<sup>1</sup>, Т. Я. Соляр<sup>2</sup>

### **РОЗРАХУНОК ДИНАМІЧНИХ КОЕФІЦІЄНТІВ ІНТЕНСИВНОСТІ НАПРУЖЕНЬ ДЛЯ ТІЛА З КРИВОЛІНІЙНОЮ ТРІЩИНОЮ ЗА АНТИПЛОСКОЇ ДЕФОРМАЦІЇ**

*Наведено методичку розрахунку коефіцієнтів інтенсивності напружень біля криволінійних тріщин для динамічних задач зсуву. Розв'язування задачі проведено з використанням перетворення Лапласа. Обернене перетворення Лапласа виконано за допомогою модифікованої формули Пруднікова.*

### **РАСЧЕТ ДИНАМИЧЕСКИХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ИНТЕНСИВНОСТИ НАПРЯЖЕНИЙ ДЛЯ ТЕЛА С КРИВОЛИНЕЙНОЙ ТРЕЩИНОЙ В УСЛОВИЯХ АНТИПЛОСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ**

*Приведена методика расчета коэффициентов интенсивности напряжений возле криволинейных трещин для динамических задач сдвига. Решение задачи проведено с использованием преобразования Лапласа. Обратное преобразование Лапласа выполнено с помощью модифицированной формулы Прудникова.*

### **CALCULATION OF DYNAMIC STRESSES NEAR CURVILINEAR CRACKS UNDER SHEAR ON THE BASIS OF REFINED FORMULA OF LAPLACE NUMERICAL TRANSFORM**

*The procedure for calculation of stress intensity factors near the curvilinear cracks for dynamic shear problems is presented. The problem is solved utilizing the inverse transformation, realized by means of Prudnikov modified formula.*

<sup>1</sup> Луцьк. держ. техн. ун-т, м. Луцьк,

<sup>2</sup> Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано  
27.01.05

УДК 539.3

В. Б. Говоруха

### **СКІНЧЕННО-ЕЛЕМЕНТНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ МІЖФАЗНОЇ ТРІЩИНИ В П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНОМУ МАТЕРІАЛІ З УРАХУВАННЯМ ПРИВЕРШИННОЇ АСИМПТОТИКИ НАПРУЖЕНЬ І ПЕРЕМІЩЕНЬ**

*Розглянуто напружений стан двох жорстко з'єднаних між собою п'єзоелектричних тіл, між якими розміщена електропроникна тріщина. Для моделювання електромеханічних полів навколо вершини тріщини використано поєднання асимптотичного та скінченно-елементного розв'язків. Знайдено коефіцієнти інтенсивності напружень і для окремого випадку тріщини, довжина якої мала порівняно з розміром тіла, проведено порівняльний аналіз з точним аналітичним розв'язком для нескінченної області.*

### **КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МЕЖФАЗНОЙ ТРЕЩИНЫ В ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКОМ МАТЕРИАЛЕ С УЧЕТОМ ПРИВЕРШИННОЙ АСИМПТОТИКИ НАПРЯЖЕНИЙ И ПЕРЕМЕЩЕНИЙ**

*Рассмотрено напряженное состояние двух жестко соединенных между собой пьезоэлектрических тел, на границе раздела которых находится электропроводящая трещина. Для моделирования электромеханических полей в окрестности вершины трещины используется комбинирование асимптотического и конечно-элементного решений. Найдены коэффициенты интенсивности напряжений и для частного случая трещины, длина которой мала по сравнению с размерами тела, проведен сравнительный анализ с точным аналитическим решением для бесконечной области.*

### **FINITE ELEMENT INVESTIGATION OF INTERFACE CRACK IN PIEZOELECTRIC MATERIAL WITH REGARD FOR NEAR-TIP ASYMPTOTICS OF STRESSES AND DISPLACEMENTS**

*An electrically permeable interface crack in piezoelectric biomaterial is studied. An asymptotic solution in connection with the finite element method is derived. For electromechanical loads, the complex stress intensity factor for an interface crack is obtained. For a particular case the numerical results are compared with the exact analytical solutions, obtained for a piezoelectric biomaterial plane with an interface crack.*

Дніпропетр. нац. ун-т, Дніпропетровськ

Одержано  
25.08.04

УДК 539.3

К. М. Довбня, М. О. Чернишенко

### **ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ В ІЗОТРОПНИХ ОБОЛОНКАХ ДОВІЛЬНОЇ КРИВИНИ З ПОВЕРХНЕВИМИ ТРІЩИНАМИ**

*Розглянуто задачу про визначення напружено-деформованого стану ізотропної оболонки довільної кривини з поверхневою тріщиною. Наведено результати розрахунку коефіцієнтів інтенсивності напружень у центральній точці поверхневої тріщини в оболонках при різних співвідношеннях геометричних параметрів (товщини та головних кривин оболонки, глибини й довжини тріщини).*

### **ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ В ИЗОТРОПНЫХ ОБОЛОЧКАХ ПРОИЗВОЛЬНОЙ КРИВИЗНЫ С ПОВЕРХНОСТНЫМИ ТРЕЩИНАМИ**

*Рассмотрена задача определения напряженно-деформированного состояния изотропной оболочки произвольной кривизны с поверхностной трещиной. Приведены результаты расчета коэффициентов интенсивности напряжений в центральной точке поверхностной трещины в оболочках при разных соотношениях геометрических параметров (толщины и главных кривизн оболочки, глубины и длины трещины).*

### **INVESTIGATION OF STRESS STATE IN ISOTROPIC SHELLS OF ARBITRARY CURVATURE WITH SURFACE CRACKS**

*The problem on determination of stressed-stained state of isotropic shell of arbitrary curvature with a surface crack is studied. The calculation result are presented for stress intensity factors at the central point of the surface crack for different relations of geometric parameters (the value of the shell main curvature, depth and length of the crack).*

Донец. нац. ун-т, Донецьк

Одержано  
14.12.04

УДК 539.3

В. С. Попович, Б. М. Калиняк

### **ТЕРМОНАПРУЖЕНИЙ СТАН ТЕРМОЧУТЛИВОГО ЦИЛІНДРА ПРИ КОНВЕКТИВНОМУ НАГРІВАННІ**

*Визначено температурне поле та зумовлений ним напружено-деформований стан кругового термочутливого циліндра, поверхня якого зазнає сталого тиску і через неї здійснюється його нагрівання шляхом конвективного теплообміну з зовнішнім середовищем, температура якого лінійно залежить від часу. Нелінійна задача теплопровідності розв'язується методом лінеаризуючих параметрів з використанням перетворення Лапласа. Квазістатична задача термопружності зведена до інтегрального рівняння Вольтерра другого роду, розв'язок якого побудовано методом простих ітерацій.*

### **ТЕРМОНАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ТЕРМОЧУВСТВИТЕЛЬНОГО ЦИЛИНДРА ПРИ КОНВЕКТИВНОМ НАГРЕВЕ**

*Определено температурное поле и вызванное им напряженно-деформированное состояние кругового термочувствительного цилиндра, поверхность которого находится под постоянным давлением и через нее осуществляется нагрев путём конвективного теплообмена с внешней средой, температура которой линейно зависит от времени. Нелинейная задача теплопроводности решена методом линеаризующих параметров с использованием преобразования Лапласа. Квазистатическая задача термоупругости сведена к интегральному уравнению Вольтерра второго рода. Решение последнего построено методом простых итераций.*

### **THERMO-STRESSED STATE OF THERMOSENSITIVE CYLINDER UNDER CONVECTIVE HEATING**

*The temperature field and stress-strained state in a circular thermosensitive cylinder induced by it is determined. The surface of the cylinder is subjected to constant loading and through this surface the cylinder is heated by the convective heat exchange with the environment, the temperature of which is time-dependent. The nonlinear heat conduction problem is solved using the method of linearizing parameters and the integral Laplace transformation. The quasi-static thermoelasticity problem is reduced to solving the integral Volterra second-kind equation. The last one is solved using the direct iteration procedure.*

Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано  
28.12.04

УДК 539.3

Л. А. Фильштинский, Ю. В. Сиренко, Л. Л. Фильштинская

### **СВЯЗАННЫЕ ТЕРМОУПРУГИЕ ПОЛЯ В СЛОЕ ПРИ СОСРЕДОТОЧЕННЫХ ВОЗБУЖДЕНИЯХ**

*Построена полная система однородных решений уравнений связанной задачи термоупругости для слоя в  $\mathbb{R}^3$  с учетом конечной скорости распространения тепла. С учетом структуры однородных решений получена матрица фундаментальных решений, соответствующая действию в слое гармонических во времени сосредоточенных усилий и тепловых источников. Рассмотрены примеры сосредоточенных гармонических и импульсных возмущений слоя.*

### **ЗВ'ЯЗАНІ ТЕРМОПРУЖНІ ПОЛЯ В ШАРІ ПРИ ЗОСЕРЕДЖЕНИХ ЗБУРЕННЯХ**

*Побудовано повну систему однорідних розв'язків рівнянь зв'язаної задачі термопружності для шару в  $\mathbb{R}^3$  з урахуванням скінченної швидкості поширення тепла. З урахуванням структури однорідних розв'язків отримано матрицю фундаментальних розв'язків, що відповідає діючим у шарі гармонічним за часом зосередженим зусиллям і тепловим джерелам. Розглянуто приклади зосереджених гармонічних та імпульсних збурень шару.*

### **COUPLED THERMOELASTIC FIELDS IN THE LAYER IN THE CASE OF CONCENTRATED PERTURBATIONS**

*The full system of coupled thermoelasticity homogeneous solutions for the layer in  $\mathbb{R}^3$  has been obtained in the case of finite heat distribution velocity. The matrix of the fundamental solutions has been obtained with the help of homogeneous solutions, according to the time harmonic concentrated forces and thermal sources, acting in the layer. The examples of the concentrated harmonic and impulse layer perturbations have been studied.*

Сум. гос. ун-т, Сумы

Получено  
14.04.04

УДК 539.3

О. Б. Гуменчук

### **ТЕРМОНАПРУЖЕНИЙ СТАН ЧАСТКОВО ПРОЗОРОГО ШАРУ ЗА УМОВ ДІЇ ТЕПЛООВОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ**

*Сформульовано та розв'язано задачу про визначення термонапруженого стану частково прозорого шару за умов дії теплового випромінювання, створюваного випромінювальною системою, що містить відбивальні елементи. Досліджено вплив спектральних залежностей радіаційних характеристик матеріалів шару, джерел випромінювання і відбивача на тепловиділення, температуру та напруження у шарі.*

### **ТЕРМОНАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ЧАСТИЧНО ПРОЗРАЧНОГО СЛОЯ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ТЕПЛООВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ**

*Сформулированы и решены задачи об определении термоупругого состояния частично прозрачного слоя при воздействии теплового излучения, создаваемого излучающей системой, содержащей отражательные элементы. Исследовано влияние спектральных зависимостей радиационных характеристик материалов слоя, излучателя и отражателя на тепловыделение, температуру и напряжения в слое.*

### **THERMO-STRESSED STATE OF PARTLY TRANSPARENT LAYER UNDER CONDITIONS OF HEAT RADIATION**

*The problem on definition of thermostressed state of a partly transparent layer under the conditions of heat radiation, caused by real sources of radiation (including the reflecting elements) is formulated. The effect of spectral dependence of characteristics of the layer material, radiation sources, and reflector on the heat sources, temperature, and stresses in the layer is studied.*

Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано  
16.11.04



УДК 536.21

Ю. В. Немировский, А. П. Янковский

### УТОЧНЕНИЕ АСИМПТОТИЧЕСКИХ РАЗЛОЖЕНИЙ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ АНИЗОТРОПНЫХ ПЛАСТИН

*Построены внешние асимптотические разложения решений задачи стационарной теплопроводности анизотропных пластин при различных граничных условиях на лицевых поверхностях. Проанализированы получающиеся двумерные разрешающие уравнения и исследованы асимптотические свойства решений задачи теплопроводности. Получены оценки точности, с которой температуру в пластине за пределами погранслоя можно считать линейно или квадратично распределенной по толщине конструкции. Проведено сравнение с асимптотикой, построенной ранее другими авторами.*

### УТОЧНЕННЯ АСИМПТОТИЧНИХ РОЗВИНЕНЬ РОЗВ'ЯЗКІВ ЗАДАЧІ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ АНІЗОТРОПНИХ ПЛАСТИН

*Побудовано зовнішні асимптотичні розклади розв'язків задачі стаціонарної теплопроводності анізотропних пластин при різних граничних умовах на лицевих поверхнях. Проаналізовано отримані двовимірні розв'язувальні рівняння і досліджено асимптотичні властивості розв'язків задачі теплопроводності. Отримано оцінки точності, з якою температуру в пластині поза примежовим шаром можна вважати лінійно або квадратично розподіленою по товщині конструкції. Виконано порівняння з асимптотикою, побудованою раніше іншими авторами.*

### REVISION OF ASYMPTOTIC EXPANSIONS OF SOLUTIONS TO THE PROBLEM ON HEAT CONDUCTION OF ANISOTROPIC PLATES

*The external asymptotic expansion of solutions to the problem on stationary heat conduction of anisotropic plates under various boundary conditions on the facial surfaces are constructed. The obtained bidimensional resolving equations are analyzed and the asymptotic properties of solutions to the problem of heat conduction are studied. Estimations of accuracy, with which the temperature in the plate outside the boundary layer can be considered linearly or quadratically distributed through the thickness, are obtained. Comparison with asymptotic integrations, constructed earlier by other authors, is carried out.*

Ин-т теорет. и прикл. механики  
СО РАН, Новосибирск, Россия

Получено  
22.03.04

UDK 539.3

S. J. Matysiak<sup>1</sup>, A. A. Yevtushenko<sup>2,3</sup>

### TRANSIENT HEAT CONDUCTION PROBLEM FOR A COMPOSITE LAYER ON A HOMOGENEOUS SUBSTRATE

*The paper deals with the transient heat conduction problems of a periodic composite layer joined with a homogeneous half-space. The layer is composed of periodically repeated cells with rectangular cross-sections. The composite solid is heated on its boundary by a normal heat flux with uniform intensity. From the results, some solutions of the heat conduction problems for the particular cases of the composite structure are also derived. The influence of thermal and geometric properties of the composite components on the temperature distributions is presented in the form of graphs.*

#### НЕСТАЦІОНАРНА ЗАДАЧА ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ ДЛЯ КОМПОЗИТНОЇ СМУГИ НА ОДНОРІДНІЙ ОСНОВІ

*Розглянуто нестационарну задачу теплопровідності для смуги, нанесеної на однорідну основу. Смуга складається із періодичної системи комірок прямокутного поперечного перерізу. Таке кусково-однорідне напівбезмежне тіло нагрівається на вільній поверхні тепловим потоком сталої інтенсивності. Числові розрахунки проведено для деяких часткових форм композиту. Вплив теплофізичних і геометричних параметрів задачі на розподіл температури подано у вигляді графіків.*

#### НЕСТАЦИОНАРНАЯ ЗАДАЧА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ДЛЯ КОМПОЗИЦИОННОЙ ПОЛОСЫ НА ОДНОРОДНОМ ОСНОВАНИИ

*Рассмотрена нестационарная задача теплопроводности для полосы, нанесенной на однородное основание. Полоса состоит из периодической системы ячеек прямоугольного поперечного сечения. На свободной поверхности составное тело нагревается тепловым потоком постоянной интенсивности. Числовые расчеты представлены для некоторых частных случаев формы композита. Влияние теплофизических и геометрических параметров задачи на распределение температуры показано в виде графиков.*

<sup>1</sup> Warsaw Univ., Warsaw, Poland,

<sup>2</sup> Bialystok Univ. of Technology, Bialystok, Poland,

<sup>3</sup> Pidstryhach Inst. of Appl. Problems  
of Mech. and Math. NASU, L'viv

Received  
22.11.04

УДК 539.3

Б. Є. Монастирський

### **МЕТОД ОЦІНКИ КОНТАКТНОГО ТЕРМІЧНОГО ОПОРУ КОНТАКТНОЇ ПАРИ ЗА НАЯВНОСТІ СИСТЕМИ ПОВЕРХНЕВИХ КРУГОВИХ ВИІМОК**

*Запропоновано метод визначення контактної термічної опору для випадку взаємодії двох напівбесконечних тіл за наявності системи кругових виїмок малої висоти на поверхні одного з тіл. Побудовано осесиметричну модель такого контакту, яка враховує сукупний вплив конгломерату неоднорідностей на локальний розподіл температурного поля в околі окремо взятого дефекту. На цій підставі сформульовано та розв'язано осесиметричну контактну задачу теплопровідності, яка методом інтегральних перетворень зведена до інтегрального рівняння Абеля. Визначення контактної термоопору поверхні спряження реалізується шляхом усереднення реального стрибка температури на окремій виїмці. Здійснено порівняльний аналіз результатів, отриманих на основі запропонованого підходу, з відомими в літературі.*

### **МЕТОД ОЦЕНКИ КОНТАКТНОГО ТЕРМИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ КОНТАКТНОЙ ПАРЫ ПРИ НАЛИЧИИ СИСТЕМЫ ПОВЕРХНОСТНЫХ КРУГОВЫХ ВЫЕМОК**

*Предложен метод определения контактного термического сопротивления в случае взаимодействия двух полубесконечных тел при наличии системы круговых выемок на поверхности одного из них. Построена осесимметричная модель такого контакта, которая учитывает суммарное влияние конгломерата неоднородностей на распределение температуры в окрестности произвольно выбранного дефекта. На этом основании сформулирована и решена осесимметричная контактная задача теплопроводности, которая методом интегральных преобразований сведена к интегральному уравнению Абеля. Определение контактного термического сопротивления реализовано путем усреднения реального скачка температуры на отдельной выемке. Выполнен сравнительный анализ результатов, полученных на основании предложенного подхода, с известными в литературе.*

### **METHOD FOR EVALUATION OF CONTACT THERMAL RESISTANCE OF CONTACT PAIR IN THE PRESENCE OF A SET OF SURFACE PENNY-SHAPED RECESSES**

*The paper presents a method for evaluation of contact thermal resistance in the case of interaction between two semi-infinite solids in the presence of a set of uniformly distributed surface penny-shaped recesses. The axially symmetric model of such thermal contact is constructed. It takes into account the total influence of the conglomerate of defects in the vicinity of arbitrary selected one. The corresponding axially symmetric problem is reduced to the integral Abel's equation. The procedure for determination of the contact thermal resistance is based on averaging a real temperature jump on the surface of defect. Comparison of the results obtained with that known in the literature is carried out.*

Ін-т прикл. проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

Одержано  
06.09.04