

ПОБУДОВА РОЗРАХУНКОВОЇ СХЕМИ ДОСЛІДЖЕННЯ ПАРАМЕТРІВ МІЦНОСТІ ДЛЯ ТІЛ ІЗ КОНЦЕНТРАТОРАМИ НАПРУЖЕНЬ

Андрій Гавриляк¹, Микола Кузін²

1, 2 - Національний університет «Львівська політехніка»,
1 - andriy.g.havrylyak@lpnu.ua, 2 - mykola.o.kuzin@lpnu.ua

Дослідження поведінки тіл із концентраторами напружень та встановлення їх експлуатаційних параметрів відноситься до актуальних задач сучасної механіки та прикладної математики. Особливо важливі дані задачі є при аналізі функціонування фрикційних вузлів транспортних систем, оскільки саме від їх технічного стану залежить безпека роботи всього механізму чи обладнання.

В даній роботі розглянемо задачу встановлення розподілу міцнісних параметрів для приповерхневих шарів деталей, що містять фізичні концентратори напружень – включення технологічного або експлуатаційного походження. Прийемо, що кожне включення характеризується набором параметрів – вектором $\vec{Y}_i$ ($i = \overline{1, N}$), $\vec{Y}_i = (y_1^i, \dots, y_M^i)$. Тут в якості параметрів (складових вектора) можуть виступати координати концентраторів, їх розміри (або радіуси для еліптичних або кругових концентраторів), кути при вершинах (для концентраторів у формі багатокутників), стан шорсткості внутрішніх поверхонь концентраторів, характеристики інтерфейсу взаємодії концентратор – основний матеріал і т.д.

В результаті силових навантажень у тілі виникають поля переміщень, деформацій та напружень. Аналіз розподілу даних полів дозволяє встановлювати особливості поведінки матеріалу деталей із концентраторами. Разом із тим дослідження експлуатаційних параметрів таких конструкцій більш доцільно проводити на основні сучасних критеріїв міцності та функціоналів, які побудовані на їх основі. Тому для аналізу поведінки із концентраторами запропонуємо наступну розрахункову схему.

Задамо наступну функцію в досліджуваній області V , $x \in V$:

$$k(x) = 1 - \sigma^*(x) / \sigma_0(x), \quad (1)$$

де $\sigma^*(x)$ – скалярний еквівалент тензора напружень; $\sigma_0(x)$ – скалярний міцнісний еквівалент матеріалу.

Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2025», 27–29 травня 2025 р., Львів

Дану функцію назовемо локальним значенням міцності матеріалу. Відповідно при $0 < k(x) \leq 1$ матеріал зберігає міцність, а при $k(x) \leq 0$ – втрачає міцність в локальній області.

Прийmemo, що критерієм оптимальності функціонування деталі при заданих крайових умовах є максимальне значення виразу $k(x)$ в області V :

$$L = \int_V k(x) dx \rightarrow \max. \quad (2)$$

Зрозуміло, що в загальному функціонал (2), який ми назовемо функціоналом контактної міцності у тілі, залежить крайових умов, властивостей матеріалу, та параметрів концентраторів напружень. В даній роботі зупинимось на наступному представленні функціонала (2):

$$L \equiv L(\{\bar{Y}_1, \dots, \bar{Y}_N\}). \quad (3)$$

Відповідно оптимізацію поведінки конструкцій в умовах зовнішніх навантажень необхідно проводити на основі наступної системи обмежень:

$$\bar{Y}_1, \dots, \bar{Y}_N : L \equiv L(\{Y_1, \dots, Y_N\}) \rightarrow \max. \quad (4)$$

Відмітимо, що дана постановка задачі є узагальненою. Для розв'язування даної задачі у випадку дослідження впливу розмірів включень типу Al_2O_3 на міцність зварного шва з'єднання рейок Р65 використали математичну модель нелокального континуума [1], а також пакет скінчено-елементного аналізу Fenics та його реалізацію на мові Python [2].

В результаті було встановлено, що при наявності включення типу Al_2O_3 на зменшення елемента конструкції більший вплив має форма концентратора напружень, ніж його розмір. Тобто напружений стан, який появляється на кінцях включення, характеризується суттєвою градієнтністю і призводить до появи та розвитку тріщин.

1. Kuzin N. “A mathematical model describing the variation in material properties”, Int. Appl. Mech., 51, № 4, 474 – 479 (2015).
2. Langtangen H.P., and Logg A., Solving PDEs in Python. The FEniCS Tutorial I, Springer Open (2016).

CONSTRUCTION OF A CALCULATION SCHEME FOR STUDYING STRENGTH PARAMETERS FOR BODIES WITH STRESS CONCENTRATORS

A calculation scheme for establishing optimal parameters of stress concentrators, ensuring an increase in the contact strength of parts, is given. Using finite elements analysis, it was found that in the presence of an included type of Al_2O_3 , the shape of the stress concentrator has a greater effect on the weakening of the structural element than its size.