

## A COMPREHENSIVE MATHEMATICAL MODEL FOR ANALYZING AND OPTIMIZING THE RESULTS OF ROTATOR CUFF REHABILITATION

Oleksii Dzhus

Lviv Polytechnic National University

oleksii.p.dzhus@lpnu.ua

**Introduction.** To develop a mathematical model for analyzing the results of the rotator cuff rehabilitation process, we need to consider the following components: the biomechanics of the shoulder, the physiological responses to rehabilitation exercises, and the recovery progression over time [1].

### Definition of variables and parameters

1. Patient-Specific Parameters: Age (A), Gender (G), Initial condition severity (I), Compliance with rehabilitation protocol (C)
2. Biomechanical Parameters: Range of motion (ROM), Muscle strength (S), Pain levels (P)
3. Rehabilitation Protocol Parameters: Type of exercises (E), Frequency of sessions (F), Intensity of exercises (I<sub>c</sub>), Time (t)

### Equations formulation

1. Biomechanical Response:

- 1.1. Range of Motion (ROM) Improvement:

$$ROM(t) = ROM_0 + \alpha \int_0^t (\beta_1 \cdot E_i \cdot F_i - \beta_2 \cdot P(t)) dt$$

where  $ROM_0$  is the initial range of motion,  $\alpha$  and  $\beta_1, \beta_2$  are constants that depend on the type and effectiveness of exercises and the impact of pain.

- 1.2. Muscle Strength(S) Improvement:

$$S(t) = S_0 + \gamma \int_0^t (\delta_1 \cdot E_s \cdot F_s - \delta_2 \cdot P(t)) dt$$

where  $S_0$  is the initial muscle strength,  $\gamma$  and  $\delta_1, \delta_2$  are constants.

- 1.3. Pain levels (P):

$$P(t) = P_0 e^{-\kappa t} + \eta \int_0^t (\xi_1 \cdot E_p \cdot F_p - \xi_2 \cdot ROM(t) - \xi_3 \cdot S(t)) dt$$

**The Conference of Young Scientists «Pidstryhach Readings – 2024»,  
May 27–29, 2024, Lviv**

where  $P_0$  is the initial pain level,  $\kappa$  is the decay constant for pain reduction over time, and  $\eta, \xi_1, \xi_2, \xi_3$  are constants.

2. Overall Functional Recovery

2.1. Functional Score (FS):

$$FS(t) = \omega_1 \cdot ROM(t) + \omega_2 \cdot S(t) - \omega_3 \cdot P(t)$$

where  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  are weights that reflect the importance of ROM, muscle strength, and pain levels in overall functionality.

**Initial Conditions and Boundary Conditions.**  $ROM_0, S_0$  and  $P_0$  are the initial measurements taken at the start of the rehabilitation. During the rehabilitation process it's ought to be ensured that all parameters are positive and reflect realistic physiological values.

**Results.** Developed model predicts the recovery trajectory of ROM, muscle strength, and pain levels for individual patients. Sensitivity analysis highlights the most influential parameters, guiding personalized rehabilitation strategies.

1. *Adomavičienė A, Daunoravičienė K, Kazakevičiūtė-Januškevičienė G, Baušys R.* Functional recovery prediction during rehabilitation after rotator cuff tears by decision support system. // PLOS ONE 19(3). - 2024.- e0296984. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0296984>

**КОМПЛЕКСНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ДЛЯ АНАЛІЗУ ТА  
ОПТИМІЗАЦІЇ РЕАБІЛІТАЦІЇ ПІСЛЯ УШКОДЖЕННЯ РОТАТОРНОЇ  
МАНЖЕТИ**

*Представлена математична модель для аналізу та оптимізації процесу реабілітації після ушкодження ротаторної манжети, яка враховує біомеханіку, фізіологічні реакції та прогрес у відновленні. Модель інтегрує ключові параметри, такі як обсяг рухів (ROM), м'язову силу (S) та рівні болю (P), а також індивідуальні фактори пацієнта, включаючи вік, стать, початкову важкість стану та відповідність реабілітаційному протоколу. Набір рівнянь описує динамічні зміни ROM, S та P з часом під впливом реабілітаційних вправ.*