

k -times bin packing and its application to fair electricity distribution

Dinesh Kumar Baghel, Alex Ravsky, Erel Segal-Halevi

Ariel University, Ariel 40700, Israel
{dinkubag21, erelsgl}@gmail.com

Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics
of National Academy of Sciences of Ukraine, Lviv, Ukraine
alexander.ravsky@uni-wuerzburg.de

Given an instance D of items of different sizes and a fixed bin capacity S , the bin-packing problem is to pack these items into a minimum number of bins such that the sum of item sizes in a bin does not exceed the capacity. We define a new variant called *k -times bin packing (kBP)*, where the goal is to pack the items such that each item appears exactly k times, in k different bins.

The study of kBP is motivated by the problem of *fair electricity distribution*. In many developing countries, the total electricity demand is higher than the supply capacity. Last years this problem concerns Ukraine too, due to the destruction of the Ukrainian energy structure by Russian missile strikes. We prove that every fair electricity distribution problem can be solved by k -times bin packing for some k which is upper-bounded by some function of the number of agents.

We generalize some existing approximation algorithms for bin-packing to solve kBP , and analyze their performance ratio.

In particular, we have shown that the extension of the first-fit algorithm to kBP (FFk) shows improved performance with at most $(1.5 + \frac{1}{5k}) \cdot OPT(D_k) + 3 \cdot k$ bins where D_k consists of k copies of D .

We have also extended the polynomial time approximation schemes by Fernandez de la Vega and Lueker [1] and Karmarkar and Karp [2]. We show that the algorithm by Fernandez de la Vega and Lueker can be extended to solve kBP using at most $\leq (1 + 2 \cdot \epsilon)OPT(D_k) + k$ bins for any fixed $\epsilon \in (0, 1/2)$. For every $\epsilon > 0$, Algorithm 1 in [2] solves kBP using bins at most $(1 + 2 \cdot k \cdot \epsilon)OPT(D_k) + \frac{1}{2 \cdot \epsilon^2} + (2 \cdot k + 1)$ bins, and runs in time $O(n(D_k) \cdot \log n(D_k) + T(\frac{1}{\epsilon^2}, n(D_k)))$, where $n(D_k)$ is the number of items in D_k , and T is a polynomially-bounded function. Algorithm 2 in [2] is generalized to solve kBP using at most $OPT(D_k) + O(k \cdot \log^2 OPT(D))$ bins, and runs in time $O(T(\frac{n(D)}{2}, n(D_k)) + n(D_k) \cdot \log n(D_k))$.

The conference of young scientists «Pidstryhach readings – 2024» May 27–29, 2024, Lviv

We also show that k -times bin packing can be used to distribute the electricity in a fair and efficient way. Particularly, we implement generalizations of the First-Fit and First-Fit-Decreasing bin-packing algorithms to solve k BP, and apply the generalizations to real electricity demand data. We show that our generalizations outperform existing heuristic solutions in [3] for all 9 combinations of utility models and social welfare metrics to the same problem, even though they were only designed for the egalitarian welfare of the time-based utility function.

1. Fernandez de la Vega, W., Lueker, G.S. Bin packing can be solved within $1 + \epsilon$ in linear time. *Combinatorica* 1, 349–355 (1981). <https://doi.org/10.1007/BF02579456>
2. N. Karmarkar and R. M. Karp, "An efficient approximation scheme for the one-dimensional bin-packing problem," 23rd Annual Symposium on Foundations of Computer Science (sfcs 1982), Chicago, IL, USA, 1982, pp. 312–320, doi: 10.1109/SFCS.1982.61.
3. Oluwasuji, O.I., Malik, O., Zhang, J. et al. Solving the fair electric load shedding problem in developing countries. *Auton Agent Multi-Agent Syst* 34, 12 (2020). <https://doi.org/10.1007/s10458-019-09428-8>

k -кратна упаковка у кошики та її застосування до справедливого розподілу електрики

Маючи набір предметів різних розмірів і фіксовану місткість кошика, проблема упаковки предметів у кошики (BP) полягає у тому, щоб так розмістити предмети набору у найменшій кількості кошиків, аби сума розмірів предметів у кожному кошику не перевищувала місткості. Для натурального числа k ми узагальнюємо цю проблему до k -кратної упаковки у кошики (k BP), де додатково вимагається розмістити рівно k копій кожного предмету, по одній у деяких k різних кошиках.

Дослідження k BP зумовлено проблемою справедливого розподілу електроенергії. У багатьох країнах, що розвиваються, загальний попит на електроенергію перевищує пропозицію. В останні роки ця проблема стосується і України, через руйнування української енергетичної структури російськими ракетними ударами. Ми показуємо, що кожна проблема справедливого розподілу електроенергії зводиться до проблеми k -кратної упаковки у кошики для деякого k , що не перевищує певної функції від кількості агентів.

Ми узагальнюємо деякі відомі алгоритми наближення розв'язку проблеми упаковки предметів у кошики до аналогічних для її k -кратної версії та застосовуємо узагальнення для розв'язання проблеми справедливого розподілу електроенергії. Оцінюючи результати різними комбінаціями моделей корисності та показників суспільного добробуту, ми показуємо, що наші узагальнення перевершують відомі евристичні розв'язки для реальних електричних потреб.