**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2022»,
25–27 травня 2022 р., Львів**

УДК 539.3

НЕЛІНІЙНА ВЗАЄМОДІЯ ПОВЕРХНЕВИХ ПРУЖНИХ ХВИЛЬ ПРИ НЕІДЕАЛЬНИХ УМОВАХ ХВИЛЕВОДУ

Надія Жоголева

ІПММ НАН України, zhogoleva.nadia@gmail.com

Хвилевод складається з анізотропного монокристалічного шару товщиною h класу m3m кубічної системи $V_1 = \{-\infty < x_1,\ x_2 < \infty,\ -h \leq x_3 \leq 0\}$, розташованому на кристалічному півпросторі $V_2 = \{-\infty < x_1,\ x_2 < \infty,\ 0 < x_3 < \infty\}$ того ж класу анізотропії. Використовується система нормалізованих прямокутних координат $Ox_1x_2x_3$, $x_j = \widetilde{x}_j R_*^{-1}$. Значення $R_* = h$ вважається нормалізуючим параметром для координатних змінних $\widetilde{x}_j$. Вважається, що по верхній границі шар має жорстку фіксацію, а в зоні контакту з півпростором має ідеальний механічний контакт. Фізико-механічні властивості матеріалів характеризуються пружними константами другого $\tilde{c}_{ij}^{(p)}$ та третього порядку $\tilde{c}_{ijl}^{(p)}$, а також густиною $\tilde{\rho}_p (i,j,l = \overline{1,6}; p = \overline{1,2})$. Компоненти вектор-функції $\widetilde{u}_j^{(p)}$, що описує пружні зсуви, віднесено до нормуючого параметру $u_* = \max\limits_{\{x_1,x_2,x_3,t,j\}} |\tilde{u}_j(x_1,x_2,x_3,t)|$.

Використовується модель фізично та геометрично нелінійної динамічної деформації, яка базується на функції пружного потенціалу з квадратичними та кубічними доданками по деформаціям (1), та на нелінійному представленні пружних деформацій (2):

$$U = 1/2\, c_{jqrl}\varepsilon_{jq}\varepsilon_{rl} + 1/6\, c_{jqrlnm}\varepsilon_{jq}\varepsilon_{rl}\varepsilon_{nm} \quad (j,q,r,l,n,m = \overline{1,3}). \qquad (1)$$

$$\varepsilon_{rl} = 1/2\,(u_{r,l} + u_{l,r} + u_{q,r}u_{q,l}) \qquad (2)$$

де $u_{r,l} = \partial u_r / \partial u_l$ компоненти пружних хвильових зсувів. Безрозмірні нормалізовані компоненти тензора напружень отримуються з співвідношень (3). Рівняння руху за відсутності об'ємних сил можна записати у наступному вигляді (4):

$$\sigma_{jd} = \partial U / \partial u_{j,d} \qquad (j,d = \overline{1,3}) \qquad (3)$$

$$\rho \ddot{u}_j = \partial \sigma_{jd} / \partial x_d, \qquad (4)$$

Підхід, використаний у цій роботі, базується на концепції визначення характеристик досліджуваного хвильового поля як перших двох доданків у представленнях векторних функцій $u_з$ в компоненті V_p відрізка ряду за степенями малого параметра $\delta = u_*/R_*$:

$$u_j^{(p)} = u_j^{(p,l)} + \delta u_j^{(p,n)} \ \ (j = \overline{1,3}), \tag{5}$$

При підстановці виразу (5) у рівняння руху та граничні умови, а також при подальшому підборі доданків того ж порядку малості за параметром δ виникають двоетапні задачі визначення компонент $u_j^{(p,l)}$ та $u_j^{(p,n)}$.

Отримано розв'язки задач першого (6) (визначення ненульової компоненти $u_2^{(p,l)}$) та другого наближення (визначення ненульових компонентів $u_1^{(p,n)}$ та $u_3^{(p,n)}$) в аналітичній формі.

$$u_2^{(1,l)} = u_2^{(0)}(\cos(\alpha^{(1)}x_3) - c_{44}^{(2)}\,\alpha^{(2)}\,\sin(\alpha^{(1)}x_3))/\,(c_{44}^{(1)}\alpha^{(1)})e^{-i(\omega t - kx_1)},$$

$$u_2^{(2,l)} = u_2^{(0)}e^{-\alpha^{(2)}x_3}e^{-i(\omega t - kx_1)} \tag{6}$$

де $\alpha^{(1)} = ((\Omega_1/c_{44}^{(1)})^{1/2} - k^2)^{1/2}, \alpha^{(2)} = (k^2 - (\Omega_2/c_{44}^{(2)})^{1/2})^{1/2},\ \Omega_j = (\rho_j R_*^2\omega^2/c_*)^{1/2}$. Проведено аналіз на основі числових розрахунків для сукупності матеріалів з шару, що складається з монокристала германію, а півпростір – з монокристала кремнію.

1. *Rushchitsky J.J.* On a Nonlinear Description of Love Waves // Int. Appl. Mech. – 2013. – Vol. 49. – 629-640.
2. *Zhogoleva N.V., Shevchenko V.P.* Nonlinear second harmonics of localized shear waves in anisotropic layer between anisotropic half-spaces under condition of imperfect contact // Mat.Metody Fiz.-Mekh. Polya. – 2016. – Vol.59. – № 3 – С.169 – 179.

NONLINEAR INTERACTION OF SURFACE ELASTIC WAVES UNDER NONIDEAL CONDITIONS OF THE WAVEGUIDE

The kinematic effects of second harmonics wave interaction are examined which arise in the simultaneous propagation of surface Love waves. The waveguide consists of rigidly fixed anisotropic elastic crystal layer of an m3m-class cubic system located on a crystal half-space of the same anisotropy class.
The research is based on the model of general geometric and physical nonlinearity of dynamic deformation processes. The elastic potential with quadratic and cubic terms in deformations and non-linear representation of deformations also the approach of the characteristics of nonlinear elastic waves expanding into series by small parameter are used.
At the first stage of problem solving, it is necessary to solve each problem of determining the components of the displacement vector of a localized shear wave separately (the first approximation problem). Next, using the obtained results, representations of the displacement vector components of the second harmonics of elastic Love waves, as well as their nonlinear interaction, are determined analytically. The numerical results were calculated for the Ge layer and the Si half-space.