

## МАТЕМАТИНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ХВИЛЬОВИХ ПРОЦЕСІВ У ПОРИСТИХ ТІЛАХ

Софія Твардовська

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача  
НАН України, [sofi.lviv@gmail.com](mailto:sofi.lviv@gmail.com)

У механіці суцільного середовища розглядаються тіла, яка володіють просторово однорідними властивостями. Вплив електричного поля на поширення механоелектромагнітних хвиль у пористих середовищах описується системою рівнянь

$$\begin{aligned} a_1 \frac{\partial^2 u^{(1)}}{\partial x^2} + a_2 \frac{\partial^2 u^{(2)}}{\partial x^2} + a_3 \frac{\partial^2 u^{(1)}}{\partial t^2} + a_4 \frac{\partial^2 u^{(2)}}{\partial t^2} + a_5 \left( \frac{\partial u^{(2)}}{\partial t} - \frac{\partial u^{(1)}}{\partial t} \right) + a_6 E &= 0 \\ a_2 \frac{\partial^2 u^{(1)}}{\partial x^2} + b_2 \frac{\partial^2 u^{(2)}}{\partial x^2} + a_4 \frac{\partial^2 u^{(1)}}{\partial t^2} + b_4 \frac{\partial^2 u^{(2)}}{\partial t^2} - a_5 \left( \frac{\partial u^{(2)}}{\partial t} - \frac{\partial u^{(1)}}{\partial t} \right) + a_6 E &= 0 \quad (1) \\ c_1 \left( \frac{\partial^2 u^{(2)}}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u^{(1)}}{\partial t^2} \right) + c_2 \frac{\partial E}{\partial t} + c_3 \frac{\partial u^{(1)}}{\partial x} + c_4 \frac{\partial u^{(2)}}{\partial x} - E &= 0, \end{aligned}$$

де коефіцієнти при переміщеннях порової рідини  $u^{(1)}$ , твердофазного каркасу  $u^{(2)}$  та напруженості електричного поля  $E$  залежать від характеристик пористого середовища [1]. Введемо позначення  $u^{(1)} = u$ ,  $u^{(2)} = v$ . Застосуємо перетворення Лапласа – Карсона [2], де зображення відповідних функцій позначимо  $U$  та  $V$ . Тоді вихідна система рівнянь (1) набуде вигляду

$$\begin{aligned} a_1 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + a_2 \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + s(a_3 s - a_5)U + s(a_4 s + a_5)V + B_2(x, s) &= 0, \\ a_2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + b_2 \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + s(a_4 s + a_5)U + s(b_4 s - a_5)V + B_1(x, s) &= 0, \\ c_3 \frac{\partial U}{\partial x} + c_4 \frac{\partial V}{\partial x} + c_1 s^2 (V - U) + B_3(x, s) &= 0, \end{aligned}$$

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2022»,  
25–27 травня 2022 р., Львів**

$$\text{де } B_2(x, s) = -a_3 s^2 \left[ u(x, 0) + \frac{u'(x, 0)}{s} \right] - a_4 s^2 \left[ v(x, 0) + \frac{v'(x, 0)}{s} \right] -$$

$$B_1(x, 0) = -a_4 s^2 \left[ u(x, 0) + \frac{u'(x, 0)}{s} \right] - b_4 s^2 \left[ v(x, 0) + \frac{v'(x, 0)}{s} \right] - \\ - a_5 s (v(x, 0) - u(x, 0)) + a_6 \bar{E},$$

$$B_3 = -c_1 s^2 \left( v(x, 0) + \frac{v'(x, 0)}{s} + u(x, 0) + \frac{u'(x, 0)}{s} \right) + c_2 s [\bar{E} - E(x, 0)]$$

Невідомі функції шукаємо у вигляді рядів

$$U(x, s) = \sum_{n=-\alpha}^{\infty} U_n(s) e^{n\pi i x / x_0}, \quad x \in (0, x_0),$$

$$V(x, s) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_n(s) e^{n\pi i x / x_0}, \quad x \in (0, x_0)$$

У результаті інтегрування частинами отримуємо систему рівнянь для визначення зображень невідомих коефіцієнтів. Для знаходження остаточного розв'язку необхідно знайти оригінали коефіцієнтів і підставити їх у відповідні ряди.

На основі отриманих результатів проведено числовий експеримент.

1. *Tvardovska S.* Influence of external electric field on parameters of mechanical waves in saturated porous medium. – Task quarterly. – Vol.17, No. 3-4. 2013, Pp. 215-222.
2. Проекційно-ітераційні методи розв'язування прямих та обернених задач переносу / Я. П'янило. – Львів: Сплайн, 2011. – 248 с. – іл.

**MATHEMATICAL MODELING OF WAVE PROCESSES  
IN A POROUS MEDIUM**

*The linear system of differential equations of electromagnetic mechanics in partial derivatives is recorded and the Laplace-Carson transformation is applied.*