

УДК 537.8+517.9

## ЗАСТОСУВАННЯ ПІДХОДУ ТЮКОЛЬСЬКОГО У РІВНЯННЯХ МАКСВЕЛЛА У ВИПАДКУ ІЗОТРОПНОГО ПОЛЯ

Юрій Тайстра, Володимир Пелих

Інститут прикладних проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача НАН України, ythelloworld@gmail.com

Розщеплена система рівнянь Максвелла у просторі-часі Керра за умови ізотропності  $\varphi_{AB}\varphi^{AB} = 0$  спінора Максвелла складається з двох квазі-лінійних диференціальних рівнянь з частинними похідними першого порядку відносно функції  $\varphi(t, r, \theta, \phi) = \frac{\varphi_0}{\varphi_1} = \frac{\varphi_1}{\varphi_2}$ , та двох ДРЧП відносно функції  $\varphi_2(t, r, \theta, \phi)$ .  $\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2 : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{C}$  – компоненти спінора Максвелла  $\varphi_{AB}$  у спіновій діаді.

Якщо екстремальні компоненти поля  $\varphi_2, \varphi_0$  шукати у факторизованому вигляді (підстановка Тюкольського)

$$\varphi_0 = e^{i\omega t + im\phi} R_{+1}(r) S_{+1}(\theta), \varphi_2 = \frac{e^{i\omega t + im\phi}}{(r - ia \cos \theta)^2} R_{-1}(r) S_{-1}(\theta), \quad (1)$$

то функція  $\varphi(t, r, \theta, \phi)$  залежатиме лише від змінних  $r, \theta$ , і рівняння зводяться до ДРЧП з двома змінними

$$\frac{\partial \varphi}{\partial r} - \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{\varphi}{r - ia \cos \theta} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} + \left( \frac{3ia \sin \theta}{r - ia \cos \theta} - \text{ctg} \theta \right) \varphi + \sqrt{2} \right) = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial r} + \sqrt{2} \frac{r - ia \cos \theta}{\varphi \Delta} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} - \sqrt{2} \left( \frac{\cos \theta (r - ia \cos \theta)}{\sin \theta \Delta} - \frac{ia \sin \theta}{\Delta} \right) + \left( 2 \frac{M(r^2 - a^2 \cos^2 \theta) - a^2 r \sin^2 \theta - ia \cos \theta \Delta}{\Sigma \Delta} - \frac{1}{r - ia \cos \theta} \right) \varphi = 0, \quad (3)$$

$a, M$  – питомий кутовий момент та маса чорної діри Керра ( $M > 0, 0 < a < M$ ),  $\Sigma = r^2 + a^2 \cos^2 \theta, \Delta = r^2 - 2Mr + a^2$ .

Застосування підходу Тюкольського у випадку ізотропного поля дозволяє якісно спростити систему рівнянь відносно функції  $\varphi$ .

### TEUKOLSKY APPROACH IN THE MAXWELL EQUATIONS IN THE CASE OF NULL FIELD

*In the decoupled system of the Maxwell equations, where Maxwell field is null, we apply Teukolsky ansatz for  $\varphi_2(t, r, \theta, \phi)$  and  $\varphi_0(t, r, \theta, \phi)$  functions. Under assumptions  $\varphi(t, r, \theta, \phi)$  becomes  $\varphi(r, \theta)$ , and decoupled equations for  $\varphi$  function simplify.*