**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2022»
25–27 травня 2022 р., Львів**

УДК 517.9

Залежність поведінки траєкторій динамічних систем конфлікту від вектора взаємодії

Оксана Сатур

Інститут математики НАН України, Київ, Україна, oksana@satur.in.ua

Розглянуто динамічні системи конфлікту в дискретному часі в термінах двох або більше стохастичних (нормованих на одиницю) векторів $\mathbf{p}_i^t = (p_{ij}^t)_{j=1}^n$, $i = 1, \ldots, m$, $j = 1, \ldots, n$, $m \geq 2$, $n \geq 2$, залежних від часу. Еволюція в часі задається відображенням, яке позначається символом $\circledast$ і діє у просторі $\mathbb{R}_+^n$. Відображення $\circledast$ генерує багатокомпонентну динамічну систему в дискретному часі з траєкторіями:

$$\left\{\mathbf{p}_i^t\right\}_{i=1}^m \xrightarrow{\circledast, t} \left\{\mathbf{p}_i^{t+1}\right\}_{i=1}^m, \quad t = 0, 1, \ldots. \tag{1}$$

У загальному випадку координати векторів $\mathbf{p}_i^{t+1}$ визначаються ітеративно за координатами попередніх векторів згідно з системою різницевих рівнянь:

$$p_{ij}^{t+1} = \frac{1}{z^t}\big(p_{ij}^t\big(\theta^t + 1\big) + \alpha\tau_j^t\big), \tag{2}$$

$$\alpha \in [-1; 1], \quad i = 1, \ldots, m, \quad j = 1, \ldots, n, \quad t = 0, 1, \ldots,$$

$$z^t = \theta^t + 1 + \alpha W^t, \quad W^t = \sum_j \tau_j^t$$

де $\theta^t = \theta\big(\mathbf{p}_1^t, \mathbf{p}_2^t, \ldots, \mathbf{p}_m^t\big)$ – деяка обмежена додатна функція, яка визначає вільну еволюцію системи. Нормувальний знаменник z^t забезпечує стохастичність векторів $\mathbf{p}_i^{t+1}$. Набір додатних функцій τ_j^t (певним чином залежних від координат векторів $\mathbf{p}_i^t$) відповідає закону взаємодії. Значення цих функцій при кожному фіксованому t утворюють деякий нестохастичний вектор з невід'ємними координатами, який позначено символом $\boldsymbol{\mathcal{T}}^t = \big(\tau_j^t\big)_{j=1}^n$ і називаємо вектором взаємодії. Вектор $\mathbf{w}^t = (w_j^t)_{j=1}^n$, де $w_j^t := \frac{\tau_j^t}{W^t}$, є стохастичним аналогом вектора $\boldsymbol{\mathcal{T}}^t$. Досліджено ряд моделей динамічних систем конфлікту, траєкторії яких залежать від вигляду вектора $\boldsymbol{\mathcal{T}}^t$, а також вивчено залежність поведінки системи від поведінки $\boldsymbol{\mathcal{T}}^t$ при $t \to \infty$.

В рівняннях (2) стала α може набувати довільного значення, але при досить великих α швидкість збіжності (чи розбіжності) системи буде досить великою при малих значення часу t. Така динаміка не відповідатиме динаміці реальних процесів, тому при побудові моделі було вибрано значення сталої α з проміжку $[-1;1]$. Згідно з наведеними рівняннями, у випадку $\alpha \in (0;1]$ відстань між векторами $\mathbf{p}_i^t$ в l_1-нормі збігається до нуля,

$$\|\mathbf{p}_i^t - \mathbf{p}_k^t\|_1 = \sum_{j=1}^{n} |p_{ij}^t - p_{kj}^t| \to 0, \quad i \neq k, \quad i,k = 1,\ldots,m,$$

тому відображення $\circledast$, задане цими рівняннями, описує взаємодію притягання. При $\alpha \in [-1;0)$ будемо говорити про динамічну систему з взаємодією відштовхування. Зауважимо, що при $\alpha = 0$ початковий стан $\left\{\mathbf{p}_i^{t=0}\right\}_{i=1}^{m}$ є нерухомим.

Дослідження виконувалися в рамках проєкту 0121U110543.

1. Karataeva T.V., Koshmanenko V.D., Petrenko S.M. Explicitly Solvable Models of Redistribution of the Conflict Space. Journal of Mathematical Sciences. 2018. Vol. 229. P. 439–454.DOI: 10.1007/s10958-018-3688-1.

2. Кошманенко В.Д. Спектральна теорія динамічних систем конфлікту. Київ: Наукова думка, 2016. 287 с.

3. Koshmanenko V., Kharchenko N. Fixed points of complex system with attarachtive interaction. Methods of Functional Analysis and Topology. 2017. Vol. 23, No. 2. P. 164–176.

4. Satur O.R. Limit States of Multicomponent Discrete Dynamical Systems. Journal of Mathematical Sciences. 2021. Vol. 256, P. 648–662. DOI: 10.1007/s10958-021-05451-x.

Dependence of the behavior of the trajectories of dynamic conflict systems on the interaction vector

Досліджується ряд моделей динамічних систем конфлікту, поведінка яких характеризуються деякою величиною, яку називаємо вектором взаємодії. Вектор взаємодії визначає динаміку всієї системи та граничні стати системи. Доведено існування рівноважних граничних станів таких систем та знайдено умови існування граничних циклів. На конкретних комп'ютерних прикладах проілюстовано різноманітну нелінійну динаміку системи.