**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2022»,
25–27 травня 2022 р., Львів**

УДК 512.546

ІЗОМОРФІЗМИ ВІЛЬНИХ ГРУП НАД ЗЛІЧЕННИМИ КОМПАКТНИМИ ПРОСТОРАМИ ТА ЇХНІМИ ЗАМКНЕНИМИ ПІДПРОСТОРАМИ

Назар Пирч

Українська академія друкарства, НУ «Львівська Політехніка», pnazar@ukr.net

Нехай $\{X_s : s \in S\}$ – сім'я підпросторів топологічного простору X, $\{Y_s : s \in S\}$ − сім'я підпросторів топологічного простору Y. Скажемо, що сім'я $(X, \{X_s : s \in S\})$ є M*-еквівалентною* до сім'ї $(Y, \{Y_s : s \in S\})$, якщо існує такий топологічний ізоморфізм, що $h(\langle X_s \rangle) = \langle Y_s \rangle$ для всіх $s \in S$ (позн $(X, \{X_s : s \in S\}) \overset{M}{\sim} (Y, \{Y_s : s \in S\})$.

Міняючи в данному означенні функтор вільної групи на вільної абелевої топологічної групи чи функтор вільного локально опуклого простору отримаємо означення відповідно A-еквівалентних та L-еквівалентних наборів тихоновських просторів. У роботі [1] було подано повну класифікацію вільних груп над зліченними компактними просторами. Використовуючи дані рузультати, ми подаємо класифікацію вільних групп над зліченними компактними просторами та підгруп, породжених їхніми замкненими підпросторами.

Теорема 1. *Нехай* X, Y − *зліченні компактні простори,*
$A_1 \subseteq A_2 \subseteq \ldots \subseteq A_n \subseteq X$, $B_1 \subseteq B_2 \subseteq \ldots \subseteq B_n \subseteq Y$ −
їхні замкнені підпростори. Тоді наступні умови є еквівалентними:

1. $(X, A_1, A_2, \ldots, A_n) \overset{M}{\sim} (Y, B_1, B_2, \ldots, B_n)$;

2. $(X, A_1, A_2, \ldots, A_n) \overset{A}{\sim} (Y, B_1, B_2, \ldots, B_n)$;

3. $(X, A_1, A_2, \ldots, A_n) \overset{L}{\sim} (Y, B_1, B_2, \ldots, B_n)$;

4. $(X / A_n) \overset{M}{\sim} (Y / B_n) \wedge (A_n / A_{n-1}) \overset{M}{\sim} (B_n / B_{n-1}) \wedge$

$\wedge (A_{n-1} / A_{n-1}) \overset{M}{\sim} (B_{n-1} / B_{n-2}) \wedge \ldots . \wedge (A_2 / A_1) \overset{M}{\sim} (B_2 / B_1) \wedge A_1 \overset{M}{\sim} B_1$.

Теорема 2. *Нехай* X, Y − *зліченні компактні простори,* $A_1, A_2 \subseteq X$, $B_1, B_2 \subseteq Y$ − *їхні замкнені підпростори. Тоді наступні умови є еквівалентними:*

1. $(X, A_1, A_2) \overset{M}{\sim} (Y, B_1, B_2)$;

2. $(X, A_1, A_2) \overset{A}{\sim} (Y, B_1, B_2)$;

3. $(X, A_1, A_2) \overset{L}{\sim} (Y, B_1, B_2)$;

4. $(X/(A_1 \cup A_2)) \overset{M}{\sim} (Y/(B_1 \cup B_2)) \wedge (A_1/(A_1 \cap A_2)) \overset{M}{\sim} (B_1/(B_1 \cap B_2)) \wedge$
$\wedge (A_2/(A_1 \cap A_2)) \overset{M}{\sim} (B_2/(B_1 \cap B_2)) \wedge (A_1 \cap A_2) \overset{M}{\sim} (B_1 \cap B_2)$.

Наслідок. *Нехай* X − *зліченний компактний простір,* $A_1, A_2 \subseteq X$ − *його замкнені підпростори. Тоді наступні умови є еквівалентними:*

1. $(X, A_1, A_2) \overset{M}{\sim} (X, A_2, A_1)$;

2. $(X, A_1, A_2) \overset{A}{\sim} (X, A_2, A_1)$;

3. $(X, A_1, A_2) \overset{L}{\sim} (X, A_2, A_1)$;

4. $(A_1/(A_1 \cap A_2)) \overset{M}{\sim} (A_2/(A_1 \cap A_2))$.

. *Граев М. И.* Свободные топологические группы // Известия АН СССР. – 1948. – Т.12, № 3 – С. 279– 324.

ISOMORPHISMS OF THE FREE GROUPS OVER COUNTABLE COMPACT SPACES AND THEIR CLOSED SUBSPACES

We investigate the isomorphic classification of the free topological groups over the boundles of countable compact spaces and their closed subspaces.