

ПРО ЧИСЛО СТАНДАРТНИХ ПАР ПАРИ МАТРИЦЬ НАД КІЛЬЦЕМ ЦІЛИХ ГАУСОВИХ ЧИСЕЛ ВІДНОСНО (Z, K)-ЕКВІВАЛЕНТНОСТІ

Наталія Ладзоришин

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН
України, natalja.ladzoryshyn@gmail.com

Нехай $\mathbb{K} = \mathbb{Z}[\sqrt{k}]$ – квадратичне евклідове кільце, $\mathcal{E}(a)$ – евклідова норма $a \in \mathbb{K}$. Матриці A і B з елементами із кільця \mathbb{K} , називаємо (z,k) -еквівалентними, якщо існують такі оборотні матриці S над кільцем цілих чисел \mathbb{Z} та Q над квадратичним кільцем \mathbb{K} , що $A = SBQ$ [1]. Встановлено, що кожна $n \times n$ матриця A над квадратичним евклідовим кільцем \mathbb{K} за допомогою (z,k) -еквівалентних перетворень зводиться до спеціальної трикутної форми T^A з інваріантними множниками матриці A на головній діагоналі, тобто

$$T^A = SAQ = \begin{pmatrix} \mu_1^A & 0 & \cdots & 0 \\ t_{21}^A & \mu_2^A & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ t_{n1}^A & t_{n2}^A & \cdots & \mu_n^A \end{pmatrix}, \quad (1)$$

де $t_{ij}^A = 0$, якщо $\mu_i^A = 1$, $j > i$, $j = 2, \dots, n$, $i = 1, \dots, j-1$, $\mathcal{E}(t_{ij}^A) < \mathcal{E}(\mu_i^A)$, $j < i$,

$i = 2, \dots, n$. Трикутну форму T^A вигляду (1) названо стандартною формою матриці A відносно (z,k) -еквівалентності. Стандартна форма матриці визначається неоднозначно. Подібним чином вводиться поняття (z,k) -еквівалентності пар матриць над квадратичним кільцем \mathbb{K} . Встановлено [2, 3], для певних класів пар матриць, що пара матриць (A, B) над \mathbb{K} (z,k) -еквівалентними перетвореннями зводиться до стандартної пари (T^A, T^B) , де T^A і T^B – стандартні форми вигляду (1) матриць A і B , відповідно. Стандартні пари пар матриць визначаються неоднозначно. Ці пари застосовуються для опису структури розв'язків матричних однобічних і двобічних рівнянь [4]. Число стан-

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2022»,
25–27 травня 2022 р., Львів**

дартних форм матриць над кільцем цілих гаусових чисел $\mathbb{Z}[i]$ є скінченним. Звідси виникає задача: встановити межі для числа стандартних пар для пар матриць над $\mathbb{Z}[i]$.

Теорема. Нехай A і B – $n \times n$ матриці з елементами із кільця цілих гаусових чисел $\mathbb{Z}[i]$. Якщо $\mathcal{E}(\det A) \leq 4$, $\mathcal{E}(\det B) \leq 4$, тоді пара матриць (A, B) має r стандартних пар, де r задовольняє умову $1 \leq r \leq l$, l – число всіх пар матриць (T^A, T^B) для яких $\mathcal{E}(t_{ij}^A) \leq \mathcal{E}(\mu_i^A)$, $\mathcal{E}(t_{ij}^B) \leq \mathcal{E}(\mu_i^B)$, $j < i$, $i = 2, \dots, n$.

1. *Ladzoryshyn N. B., Petrychkovych V. M.* Standard form of matrices over quadratic rings with respect to the (z, k) -equivalence and the structure of solutions of bilateral matrix linear equations // J. Math. Sci. – 2021. – **253**, No. 1. – P. 54 – 62, doi: 10.1007/s10958-021-05212-w.
2. *Ладзоришин Н. Б.* Про еквівалентність пар матриць, визначники яких є степенями простих чисел, над квадратичними евклідовими кільцями // Карпатські мат. публ. – 2013. – **5**, №1. – С. 63 – 69.
3. *Ladzoryshyn N., Petrychkovych V.* Equivalence of pairs of matrices with relatively prime determinants over quadratic rings of principal ideals // Bul. Acad. Ştiinţe Repub. Mold. Mat. – 2014. – **76**, No. 3. – P. 38 – 48.
4. *Ladzoryshyn N. B., Petrychkovych V. M., Zelisko H. V.* Matrix Diophantine equations over quadratic rings and their solutions // Carpathian Math. Publ. – 2020. – **12**, No. 2. – P. 368 – 375, doi:10.15330/cmp.12.2.368-375.

**ON THE NUMBER OF STANDARD PAIRS OF PAIRS OF MATRICES
OVER THE RING OF GAUSSIAN INTEGERS WITH RESPECT TO
(Z, K)-EQUIVALENCE**

It is established that the number of standard pairs of pairs of matrices over the ring of Gaussian integers is finite and given estimate this number.