Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2022»
25–27 травня 2022 р., Львів

УДК 517.95

ПОЧАТКОВО-ІНТЕГРАЛЬН ЗАДАЧА ДЛЯ РІВНЯННЯ ТРІКОМІ

[1] **Софія Кушнір,** [1,2] **Антон Кузь**

[1] НУ "Львівська політехніка",
[2] ІППММ ім.Я.С. Підстригача НАН України, kuz.anton87@gmail.com

В області $D := \{(x, y) : x \in (-\infty, 0), y \in (0, L)\}$ розглядаємо таку задачу:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + x\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, \quad (x, y) \in D, \tag{1}$$

$$u(x, 0) = u(x, L) = 0, \quad u(0, y) = f(y), \quad \int\limits_{-\infty}^{0} u(x, y)dx = g(y), \tag{2}$$

де $f(y), g(y)$ — задані функції.

Рівняння (1) виникає у задачах трансзвукової газодинаміки.

Побудовано розв'язок задачі (1), (2), який зображується формулою

$$u(x, y) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sum_{n=0}^{\infty} u_n(x) \sin(\sqrt{\lambda_n} y), \quad \lambda_n = \left(\frac{\pi n}{L}\right)^2, \tag{3}$$

у якому функції $u_n(x)$ визначаються формулами

$$\begin{aligned} u_n(x) =& \frac{3}{2} \sqrt[3]{\lambda_n} g_n \mathrm{Ai}\left(\sqrt[3]{\lambda_n}\, x\right) + \\ &+ \left(3^{\frac{1}{6}} \Gamma\left(\frac{2}{3}\right) f_n - \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt[3]{\lambda_n} g_n\right) \mathrm{Bi}\left(\sqrt[3]{\lambda_n}\, x\right). \end{aligned} \tag{4}$$

де $\mathrm{Ai}(x), \mathrm{Bi}(x)$ — функції Єйрі [1] першого роду та другого роду відповідно, $\Gamma(x)$ — гамма функція Єйлера, f_n та g_n— коефіцієнти Фур'є функцій $f(x)$ та $g(x)$ відповідно.

Позначимо через $H^k(0, L)$ простір, отриманий поповненням множини скінченних тригонометричних поліномів $v(y) = \sqrt{2/L} \sum v_n \sin(\sqrt{\lambda_n} y)$ за нормою

$$\|v; H^k(0, L)\|^2 = \sum_{n=1}^{+\infty} (1 + \lambda_n)^k |v_n|^2;$$

$C^m((-\infty,0),H^k(0,L))$ — простір функцій $u(x,y)$ таких, що $\frac{\partial^j u}{\partial x^j} \in H^{k-j}(0,L)$ для кожного $j=0,1,\ldots,m$ із нормою

$$\|u; C^m((-\infty,0),H^k(0,L)\| = \sum_{j=0}^{m} \sup_{x\in(-\infty,0)} \left\|(1-x)^{\frac{1-2j}{4}} \frac{\partial^j u}{\partial x^j}; H^{k-j}(0,L)\right\|.$$

Теорема 1. *Нехай* $f \in H^k(0,L)$ *та* $g \in H^{k+\frac{2}{3}}(0,L)$. *Тоді існує єдиний розв'язок u задачі* (1)-(2), *який зображується рядом* (3) *та належить простору* $C^m((-\infty,0),H^k(0,L))$, *причому*

$$\left\|u; C^m((-\infty,0),H^k(0,L))\right\| \leqslant C_1\left(\left\|f; H^k(0,L)\right\| + \left\|g; H^{k+\frac{2}{3}}(0,L)\right\|\right).$$

Дослідження частково підтримані грантом НАН України дослідницьким лабораторіям/групам молодих вчених НАН України (2021-2022 рр.), договір № 02/01-2022(3).

1. *Olivier Vallee, Manuel Soares.* Airy functions and applications to physics. – Imperial College Pres, 2004. – 194 p.

THE INITIAL-INTEGRAL PROBLEM FOR THE TRICOMI EQUATION

The solution of the initial-integral problem for the Tricomi equation in the half-band are constructed and proved its existence in Sobolev-type spaces.