

АНАЛІТИЧНИЙ РОЗВ'ЯЗОК КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ ДЛЯ ТРИШАРОВОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ ПРИ ДІЇ ЛОКАЛЬНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

Олексій Кудін¹, Євген Сторожук²

¹Запорізький національний університет, avk256@gmail.com;

²Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, stevan@ukr.net

Розглянемо незамкнену положу нескінченно довгу тришарову циліндричну оболонку радіуса R . Віднесемо оболонку до криволінійної ортогональної системи координат (x, y, z) з початком у вершині поперечного перерізу, де x, y, z – довжини твірної, дуги напрямної і нормалі до серединної поверхні заповнювача (рис. 1). Вважаємо, що оболонка має сталі жорсткісні характеристики й знаходиться під дією симетричного відносно вершини нормального поверхневого навантаження інтенсивності q , яке рівномірно розподілене по нескінченно довгій смузі шириною $2a$ та прикладене з боку опуклості оболонки, як показано на рис. 1.

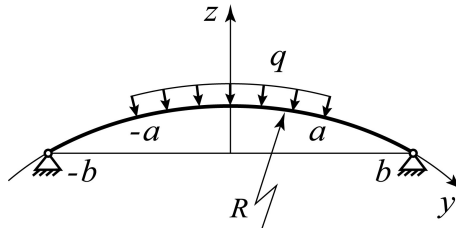


Рис. 1. Довга циліндрична оболонка під дією локального навантаження

Основні співвідношення подамо згідно теорії пологих оболонок і гіпотези ламаної лінії [1]. Деформування обшивок описується з використанням гіпотез Кірхгофа–Лява, а заповнювача – гіпотез Тимошенка.

Розподіл переміщень в межах обшивок і заповнювача має вигляд:

$$\begin{aligned} u^{(1)} &= u + c \vartheta - (z - c) \frac{dw}{ds}; & u^{(2)} &= u - c \vartheta - (z + c) \frac{dw}{ds}; & u^{(3)} &= u + z \vartheta; \\ w^{(1)} &= w^{(2)} = w^{(3)} = w, \end{aligned} \quad (1)$$

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2022»,
25–27 травня 2022 р., Львів**

де u, w – тангенціальне переміщення і прогин точок серединної поверхні заповнювача; ϑ – кут повороту його нормалі; $h_3 = 2c$ – товщина заповнювача; тут і нижче величини з індексами 1 і 2 відносяться до зовнішньої і внутрішньої обшивок, а 3 – до заповнювача.

Враховуючи, що діюче навантаження q_z є кусково-рівномірне, представимо його за допомогою одиничної східчастої функції Хевісайда $H(y \pm a)$:

$$q_z = -q[H(y+a) - H(y-a)]. \quad (2)$$

Система розв'язувальних рівнянь для випадку, коли обшивки мають однакову товщину ($h_1 = h_2 = h_0$) і виготовлені з одного і того ж матеріалу ($E_1 = E_2 = E_0$; $\nu_1 = \nu_2 = \nu_0$), набуває вигляду:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dy} \left[D_N \left(\frac{du}{dy} + \frac{w}{R} \right) \right] &= 0; \quad b_1 \frac{d^3 w}{dy^3} + b_2 \frac{dw}{dy} + b_3 \frac{d^2 \vartheta}{dy^2} + b_4 \vartheta = 0; \\ a_1 \frac{d^4 w}{dy^4} + a_2 \frac{d^3 \vartheta}{dy^3} - \frac{D_N}{R} \left(\frac{du}{dy} + \frac{w}{R} \right) &= q[H(y+a) - H(y-a)]. \end{aligned} \quad (3)$$

Тут $a_1 = -ch_0 D_N^{(0)} - 2D_M^{(0)}$; $a_2 = D_M^{(3)} + 2c^2 D_N^{(0)} + 2cD_K^{(0)}$; $b_1 = -ch_0 D_N^{(0)}$;

$b_2 = b_4 = -D_Q^{(3)}$; $b_3 = D_M^{(3)} + 2c^2 D_N^{(0)}$; $D_N = \frac{2E_0 h_0}{1-\nu_0^2} + \frac{E_3 h_3}{1-\nu_3^2}$; $D_N^{(0)} = \frac{E_0 h_0}{1-\nu_0^2}$;

$D_M^{(0)} = \frac{E_0 h_0^3}{3(1-\nu_0^2)}$; $D_M^{(3)} = \frac{E_3 h_3^3}{12(1-\nu_3^2)}$; $D_K^{(0)} = \frac{E_0 h_0^2}{2(1-\nu_0^2)}$; $D_Q^{(3)} = G_{sz}^{(3)} h_3$;

$E_1, E_2, E_3, G_{sz}^{(3)}, \nu_1, \nu_2, \nu_3$ – пружні сталі матеріалів обшивок і заповнювача.

Розв'язавши систему (3) і задовольнивши граничні умови на краях $y = \pm b$, знайдемо точні значення узагальнених переміщень u, w, ϑ .

1. Алфутов Н.А., Зиновьев П.А., Попов Б.Г. Расчет многослойных пластин и оболочек из композиционных материалов. – М.: Машиностроение, 1984. – 264 с.

**ANALYTICAL SOLUTION OF THE BOUNDARY PROBLEM FOR A
THREE-LAYER CYLINDRICAL SHELL WITH LOCAL LOAD ACTIONS**

On the basis of the theory of shallow shells and the hypothesis of a broken line, an exact solution of the boundary value problem is obtained for a long three-layer cylindrical shell under the action of a local static load.