Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2022»
25–27 травня 2022 р., Львів

УДК 517.5

СУЧАСНІ ПРОБЛЕМИ ДОСЛІДЖЕННЯ КАНТОРВАЛІВ

Дмитро Карвацький

Інститут математики НАН України, d.karvatsky@gmail.com

Вперше термін **канторвал** був використаний бразильськими математиками П. Мендесом та Р. Олівера у роботі [1], яка присвячена дослідженню арифметичних сум множин канторівського типу. У процесі вивчення таких сум виникала множина, що була об'єднанням деякої ніде не щільної множини та нескінченної кількості інтервалів.

Також канторвали природнім чином виникали як один з можливих типів множин неповних сум числових рядів. Перші приклади таких рядів були розглянуті на початку 80-х років минулого століття. Зокрема, у роботі [2] доведено, що множина неповних сум ряду

$$\frac{3}{4}+\frac{2}{4}+\frac{3}{4^2}+\frac{2}{4^2}+\dots+\frac{3}{4^n}+\frac{2}{4^n}+\dots$$

є канторвалом, який містить відрізок $\left[\frac{3}{4},1\right]$. Таку множину можна означити як

$$T \equiv C \cup \bigcup_{n=1}^{\infty} G_{2n-1} = [0,1] \ \bigcup_{n=1}^{\infty} G_{2n},$$

де C – класична множина Кантора, G_k – об'єднання усіх центральних третин, які вилучаються із відрізка $[0,1]$ на k-ому кроці побудови множини C. Встановлено, що множина неповних сум довільного збіжного додатного ряду є однією з трьох типів: скінченним об'єднанням відрізків, множиною канторівського типу або симетричним канторвалом.

Симетричний канторвал – це непорожня компактна множина S дійсних чисел така, що

- S є замиканням множини своїх внутрішніх точок (тобто, нетривіальні компоненти є щільними);
- обидві межові точки кожної нетривіальної компоненти з S є точками накопичення (тобто, одноточковими) компонентами з S.

Також варто зауважити, що будь-які два канторвала є гомеоморфними між собою.

На даний момент необхідні та достатні умови того, що множина неповних сум числового ряду є канторвалом або множиною канторівського типу залишаються невідомими. Тополого-метричні та фрактальні властивості множини неповних сум добре вивчені для швидко збіжних рядів [3]. Велика кількість робіт присвячена дослідженню канторвалів, що моделюються за допомогою мультигеометричних прогресій [4].

У доповіді висвітлюватимуться сучасні проблеми та актуальні напрями дослідження канторвалів, зокрема, методи доведення канторвальності множини неповних сум числового ряду, обчислення міри Лебега для таких множин, вивчення властивості множини чисел з єдиним зображенням та інші.

Також буде доводитися канторвальність множини неповних сум одного зліченного класу рядів, що мають вигляд

$$\left(\frac{3}{4}-\frac{3}{4^i}\right)+\left(\frac{2}{4}-\frac{2}{4^i}\right)+\left(\frac{3}{4^2}-\frac{3}{4^{2i}}\right)+\dots+\left(\frac{3}{4^n}-\frac{3}{4^{ni}}\right)+\left(\frac{2}{4^n}-\frac{2}{4^{ni}}\right)+\dots,$$

де $i \in N, i \geq 2$.

1. *Mendes P., Oliveira F.* On the topological structure of arithmetic sum of two Cantor sets // Nonlinearity. – 1994. – Vol. 7, № 2. – P. 329-343.

2. *Nymann J.E., Saenz R. A.* On a paper of Guthrie and Nyman on subsums of infinite series // Colloquium matematicum. – 2000. – Vol. 10, № 1. P. 1-4.

3. *Працьовитий М.В.* Фрактальний підхід у дослідженні сингулярних розподілів. — К.: Видавництво НПУ імені М. П. Драгоманова, 1998. – 296с.

4. Bartoszewicz A., Filipczak M., Szymonik E. Multigeometric sequences and Cantorvals // Central European Journal of Mathematics. – 2014. – Vol. 12, № 7. – P. 1000-1007.

MODERN PROBLEMS OF CANTORVAL INVESTIGATION

The talk is devoted to open problem of investigation of cantorvals. We also prove the cantorvality of the set of subsums for one family of positive series modeling by Fibonacci generalized sequences.