

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ ДЛЯ ЛІНІЙНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНО-РІЗНИЦЕВИХ РІВНЯНЬ НЕЙТРАЛЬНОГО ТИПУ МЕТОДОМ СПЛАЙН- КОЛОКАЦІЙ

Андрій Дорош, Іван Гаюк

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича,
a.dorosh@chnu.edu.ua, ivan.gauk777@gmail.com

Умови існування розв'язків крайових задач для різних класів диференціально-різницевих рівнянь розглядалися у працях [1-2].

У даній роботі для крайової задачі для лінійних диференціально-різницевих рівнянь нейтрального типу розглядається ітераційна схема із застосуванням кубічних сплайнів дефекту два.

Розглянемо крайову задачу

$$y''(x) = \sum_{i=0}^n (a_i(x)y(x-\tau_i(x)) + b_i(x)y'(x-\tau_i(x)) + c_i(x)y''(x-\tau_i(x))) + f(x), \quad (1)$$

$$y^{(p)}(x) = \varphi^{(p)}(x), \quad p = 0, 1, 2, \quad x \in [a^*; a], \quad y(b) = \gamma, \quad (2)$$

де $\tau_0(x) = 0$, а $\tau_i(x), i = \overline{1, n}$ $\varphi(x) \in [a^*; a]$, $\gamma \in R$, $a^* = \min_{0 < i \leq n} \left\{ \inf_{x \in [a; b]} (x - \tau_i(x)) \right\}$.

Введемо множини точок, що визначаються запізненнями $\tau_1(x), \dots, \tau_n(x)$

$$E_{i1} = \{x_j \in [a, b] : x_j - \tau_i(x_j) = a, j = 1, 2, \dots\},$$

$$E_{i2} = \{x_j \in [a, b] : x_0 = a, x_{j+1} - \tau_i(x_{j+1}) = x_j, j = 0, 1, 2, \dots\},$$

$$E_2 = \bigcup_{i=1}^n (E_{i1} \cup E_{i2}).$$

Розв'язком крайової задачі (1)-(2) вважатимемо функцію $y = y(x)$, якщо вона задовольняє рівняння (1) на $[a; b]$ (за можливим винятком точок множини E_2) і крайові умови (2).

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2022»,
25–27 травня 2022 р., Львів**

Виберемо нерівномірну сітку $\Delta = \{a = x_0 < x_1 < \dots < x_m = b\}$ на відрізку $[a; b]$, таку що $E_2 \subset \Delta$. Для знаходження розв’язку крайової задачі (1)-(2) запропоновано і обґрунтовано обчислювальну схему у вигляді послідовності кубічних сплайнів дефекту 2 на сітці Δ [3].

Приклад. Розглянемо крайову задачу для рівняння нейтрального типу:

$$y''(x) = \frac{1}{4} y''(x-1) + 1, x \in [0; 2],$$

$$y(x) = x, y'(x) = 1, y''(x) = 0, x \in [-1; 0], y(2) = \frac{5}{2}.$$

Точний розв’язок $y(x)$ було знайдено методом кроків. Наближений розв’язок, згідно запропонованої в роботі [3]. ітераційної схеми, $y_s^{20}(x)$ та $y_s^{40}(x)$ одержано на 2-й ітерації при 20 та 40 точках розбиття відрізка відповідно. Δ_s^{20} та Δ_s^{40} – абсолютні похибки наближених розв’язків.

Таблиця 1

x	$y(x)$	$y_s^{20}(x)$	Δ_s^{20}	$y_s^{40}(x)$	Δ_s^{40}
0.5	0.21875	0.21552	0.00323	0.21716	0.00159
1	0.6875	0.68146	0.00604	0.68443	0.00307
1.5	1.4375	1.43448	0.00302	1.43596	0.00154

При порівнянні точного та наближеного розв’язків видно, що абсолютна похибка при 20 точках розбиття не перевищує 0,006, а відносна — 0,8%, а при 40 точках розбиття абсолютна похибка не перевищує 0,003, а відносна — 0,4%.

1. *Grim L. J., Schmitt K.* Boundary Value Problems for Delay Differential Equations // Bull. Amer. Math. Soc. – 1968. – 74, №5. – P. 997–1000.
2. *Cherevko I., Dorosh A.* Existence and Approximation of a Solution of Boundary Value Problems for Delay Integro-Differential Equations // J. Numer. Anal. Approx. Theory. – 2016. – 44, №2. – P. 154–165.
3. *Черевко І.М., Дорош А.Б., Перцов А.С., Гаюк І.М.* Моделювання крайових задач для лінійних диференціально-різницьових рівнянь нейтрального типу // Математичне та комп’ютерне моделювання. Серія: Фізико-математичні науки: Зб. наукових праць. – Кам’янець-Подільський, 2020. – Вип. 21. – С. 164-173.

**SOLVING BOUNDARY VALUE PROBLEMS FOR LINEAR NEUTRAL
DELAY DIFFERENTIAL-DIFFERENCE EQUATIONS USING A SPLINE
COLOLATION METHOD**

We study an approximate method of solving boundary value problems for linear neutral delay differential-difference equations based on an approximation of a solution using cubic splines with defect two.