

ДОСЛІДЖЕННЯ ЕФЕКТИВНИХ МОДУЛЯ ІОНГА ТА КОЕФІЦІЄНТА  
ПУАССОНА НА ПРИКЛАДІ НЕОДНОРІДНОГО  
ЕЛЕКТРОПРОВІДНОГО ШАРУ

Юлія Сенік

Центр математичного моделювання ІППММ ім. Я. С. Підстригача НАН України,  
вул. Дудаєва, 15, Львів, 79005, e-mail: yuliya.senik@gmail.com.

Розглянемо безмежний ізотропний деформівний електропровідний неферромагнітний твердий шар, що займає область  $-l \leq x \leq l$  у прямокутній декартовій системі координат  $\{x, y, z\}$ . Шар в цілому електронейтральний, його поверхні є вільними від зовнішнього силового навантаження і на них задано сталі значення густини  $\rho_a$ , відмінне від відлікового значення  $\rho_*$ , котре характерне для безмежного однорідного середовища. На безмежності шар може бути навантажений зусиллями уздовж серединної поверхні тіла, що спричиняють його розтяг. [1,2].

Розв'язуючи систему рівнянь запишемо для визначення густини  $\rho$ , електричного потенціалу  $\phi$ , електричного заряду  $\omega$  та компонент тензора напружень  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$ ,  $\sigma_{zz}$

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dx^2} \left( \frac{1+\nu}{E} \sigma_{yy} - \frac{\nu}{E} \sigma \right) &= \frac{d^2}{dx^2} a_0 \left[ a_m (\rho - \rho_*) + a_0^{\omega} \phi \right], \\ \frac{d^2 \phi}{dx^2} + \frac{a_{\omega\omega}}{\varepsilon_0} \phi + \frac{a_{m\omega}}{\varepsilon_0} (\rho - \rho_*) &= 0, \\ \sigma &= \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}, \\ \frac{d^2 \rho}{dx^2} - \xi^2 (\rho - \rho_*) &= -\xi^2 d_{\sigma m}, \end{aligned} \quad (1)$$

де  $d_{\sigma m}$  – інтенсивність джерел маси,  $a_0, a_0^{\omega}, a_{\omega\omega}, a_{m\omega}, \varepsilon_0, \xi$  – сталі.

Дану систему рівнянь необхідно доповнити умовами електронейтральності тіла

$$\int_{-l}^l \omega(x) dx = 0, \quad (2)$$

де  $\omega(x) = [a_{m\omega}(\rho - \rho_*) + a_{\omega\omega}\phi] / \varepsilon_0$  – електричний заряд, а також умовою для інтенсивності джерел маси,

$$d_{\sigma m} = (\rho_a - \rho_*) \frac{\operatorname{ch}(\zeta x)}{\operatorname{ch}(\zeta l)}, \quad (3)$$

що узгоджує відліковий та актуальний стани.

До даної системи рівнянь приєднуємо такі умови:

$$\sigma_{xx} = 0, \quad \rho = \rho_a, \quad \phi = \phi_a, \quad (4)$$

на поверхнях  $x = l$ ,  $x = -l$  шару та умови рівності нулю головного вектора та головного моменту зусиль у довільних поперечних перерізах  $y = \text{const}$ ,  $z = \text{const}$

$$\int_{-l}^l \sigma_{yy} x dx = 0, \quad \int_{-l}^l x \sigma_{yy} dx = 0, \quad \int_{-l}^l \sigma_{zz} dx = 0, \quad \int_{-l}^l x \sigma_{zz} dx = 0. \quad (5)$$

На основі побудованого розв'язку задачі (1-5), проведено дослідження закономірності приповерхневої неоднорідності у безмежному гетерогенному шарі. При цьому прийнято суттєву залежність пружних властивостей від неоднорідності матеріалу тіла і відображено це шляхом врахування ступеневі залежності модуля Юнга та коефіцієнта Пуассона від відносної зміни густини у точці тіла.

В результаті проведених досліджень продемонстровано, що врахування залежності модулів пружності від густини є важливим з точки зору опису поведінки наноелементів. Також показано, що електрична підсистема тіла у рамках прийнятого модельного наближення не впливає на розмірні ефекти ефективних модулів Юнга та коефіцієнта Пуассона

- 1 Тарас Нагірний, Костянтин Червінка: Основи механіки локально неоднорідних пружних тіл. Основи наномеханіки II. — Львів: Растр-7, 2014. — 168 с.
- 2 Nahirnyj T. S., Senyk Y. A., Tchervinka K. A. Modeling local non homogeneity in electroconductive non-ferromagnetic thermoelastic solid // Mathematical Modeling and Computing. — 2014. — Vol. 1, No 2. — С. 214-223.

### **THE RESEARCH OF EFFICIENT MODULE YUNG'S AND COEFFICIENT PUASSON FOR INSTANCE IN NON-HOMOGENEOUS, ELECTROCONDUCTIVE LAYER.**

*The problem for the deformable electroconductive nonferromagnetic layer is considered on the basis of the mathematical model of locally non-homogeneous solids. The study of density, thermodynamic electrical potential, electricity charge and components of stress tensor in the layer have done. As a result of the research, a number of conclusions have done regarding the feasibility of taking into account the dependence from elasticity characteristics of the material on density.*