Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2021», 26–28 травня 2021 р., Львів

УДК 512.546

ЕКВІВАЛЕНТНІСТЬ ЗА МАРКОВИМ ПОСЛІДОВНОСТЕЙ НЕПЕРЕРВНИХ ВІДОБРАЖЕНЬ

Назар Пирч

Українська Академія Друкарства, НУ „Львівська Політехніка”, pnazar@ukr.net

Для топологічного простору X позначимо через $F(X)$ вільну топологічну групу простору X. Нехай $f_s : X_s \to X_{s+1}$, $g_s : Y_s \to Y_{s+1}$ ($s = 1,..,n$) — дві послідовності неперервних відображень тихоновських просторів. Скажемо, що послідовність $(f_1, f_2, ..., f_n)$ є *M-еквівалентною* до послідовності $(g_1, g_2, ..., g_n)$, якщо існують топологічні ізоморфізми $i_s : F(X_s) \to F(Y_s)$ ($s = 1,.., n+1$), такі, що $g_s^* \circ i_s = i_{s+1} \circ f_s^*$ для всіх $s = 1,..,n$, де $f_s^* : F(X_s) \to F(X_{s+1})$, $g_s^* : F(Y_s) \to F(Y_{s+1})$ — гомоморфізми, що продовжують відображення f_s і g_s відповідно (позн. $(f_1, f_2, ..., f_n) \overset{M}{\sim} (g_1, g_2, ..., g_n)$). Або, іншими словами, комутативною є наступна діаграма

$$\begin{array}{ccccccccc}
F(X_1) & \xrightarrow{f_1^*} & F(X_2) & \xrightarrow{f_2^*} & F(X_3) & \xrightarrow{f_3^*} & .... & \xrightarrow{f_n^*} & F(X_n) \\
\downarrow{\scriptstyle i_1} & & \downarrow{\scriptstyle i_2} & & \downarrow{\scriptstyle i_3} & & & & \downarrow{\scriptstyle i_n} \\
F(Y_1) & \xrightarrow{g_1^*} & F(Y_2) & \xrightarrow{g_2^*} & F(Y_3) & \xrightarrow{g_3^*} & .... & \xrightarrow{g_n^*} & F(Y_n)
\end{array}$$

Скажемо, що відображення $f : X \to Y$ має *праве обернене*, якщо існує неперервне відображення $g : Y \to X$ таке, що $f \circ g(x) = x$ для всіх $x \in X$.

Теорема 1. *Нехай* $f_s : X_s \to X_{s+1}$, $g_s : Y_s \to Y_{s+1}$ ($s = 0,..,n$) *— дві послідовності неперервних відображень тихоновських просторів, причому відображення* f_0 *та* g_0 *мають праві обернені. Тоді наступні умови є еквівалентними:*

1. $(f_0, f_1, f_2, ..., f_n) \overset{M}{\sim} (g_0, g_1, g_2, ..., g_n)$;

$$2.\ f_0 \overset{M}{\sim} g_0 \ \text{і}\ \left(f_1, f_2, ..., f_n\right) \overset{M}{\sim} \left(g_1, g_2, ..., g_n\right).$$

Наслідок. *Нехай* $f_s : X_s \to X_{s+1}$, $g_s : Y_s \to Y_{s+1}$ $(s = 1,..,n)$ *— дві послідовності неперервних відображень тихоновських просторів,* $m < n$ *, причому відображення* f_s *та* g_s *при* $s = 1,..,m$ *мають праві обернені. Тоді наступні умови є еквівалентними:*

1. $\left(f_0, f_1, f_2, ..., f_n\right) \overset{M}{\sim} \left(g_0, g_1, g_2, ..., g_n\right)$;
2. $\left(f_1, f_2, ..., f_m\right) \overset{M}{\sim} \left(g_1, g_2, ..., g_m\right)$ і $\left(f_{m+1}, f_{m+2}, ..., f_n\right) \overset{M}{\sim} \left(g_{m+1}, g_{m+2}, ..., g_n\right)$.

Нехай $\{X_i : i \in I\}$ — сім'я підпросторів топологічного простору X, $\{Y_i : i \in I\}$ — сім'я підпросторів топологічного простору Y. Скажемо, що сім'я $\left(X, \{X_i : i \in I\}\right)$ є *M–еквівалентною* до сім'ї $\left(Y, \{Y_i : i \in I\}\right)$, якщо існує топологічний ізоморфізм $h : F(X) \to F(Y)$ такий, що $h\left(\langle X_i \rangle\right) = \langle Y_i \rangle$ для всіх $i \in I$ (позн. $\left(X, \{X_i : i \in I\}\right) \overset{M}{\sim} \left(Y, \{Y_i : i \in I\}\right)$).

Теорема 2. *Нехай* $f_s : X_s \to X_{s+1}$, $g_s : Y_s \to Y_{s+1}$ $(s = 0,..,n)$ *— дві послідовності неперервних відображень тихоновських просторів, такі, що*

$$\left(f_1, f_2, ..., f_n\right) \overset{M}{\sim} \left(g_1, g_2, ..., g_n\right).$$

Покладемо $Z_i = f_n \circ f_{n-1} \circ ... \circ f_i(X_i)$, $K_i = g_n \circ g_{n-1} \circ ... \circ g_i(Y_i)$. *Тоді*

$$\left(X_{n+1}, \{Z_i : i \in I\}\right) \overset{M}{\sim} \left(Y_{n+1}, \{K_i : i \in I\}\right).$$

ON MARKOV EQUIVALENCE OF THE SEQUENCES OF CONTINUOUS MAPPINGS

We consider sequences of continuous mappings that do not differ by the functor of free topological group.