

## NONLOCAL PROBLEM WITH INTEGRAL CONDITIONS FOR EVOLUTION EQUATION OF SECOND ORDER

**Grzegorz Kuduk**

Faculty of Mathematics and Natural Sciences, University of Rzeszow,  
Graduate of University of Rzeszow, Poland

[gkuduk@onet.eu](mailto:gkuduk@onet.eu)

Let  $H$  be Banach space, let  $A$  be linear operator acting in it  $A: H \rightarrow H$ , and for this operator arbitrary powers  $A^n, n = 2, 3, \dots$  be also defined in  $H$ . Denote by  $x(\lambda)$  the eigenvector of the operator  $A$ , which corresponds to its eigenvalue  $\lambda \in C$ .

We consider problem for differential-operator equations

$$\frac{d^2 U}{dt^2} + a(A) \frac{dU}{dt} + b(A)U(t) = 0, \quad t \in (T_1, T_2) \cup (T_3, T_4), \quad (1)$$

$$\int_{T_1}^{T_2} U(t) dt + \int_{T_3}^{T_4} U(t) dt = \varphi_1, \quad (2)$$

$$\int_{T_1}^{T_2} tU(t) dt + \int_{T_3}^{T_4} tU(t) dt = \varphi_2. \quad (3)$$

where  $T_i > 0, i = 1, 2, 3, 4$ ,  $U: (T_1, T_2) \cup (T_3, T_4) \rightarrow H$  is an unknown vector-function  $a(A)$  is an abstract operator with entire symbol  $a(\lambda) \neq const$ .

**Definition.** We shall say that vector  $\varphi$  from  $H$  belongs  $L \subseteq H$ , if on  $\Lambda \subseteq C$  there exist depending on  $\varphi$  linear operator  $R_\varphi(\lambda): H \rightarrow H$ ,  $\lambda \in \Lambda$ , and measure  $\mu_\varphi(\lambda)$  such that

$$\varphi = \int_{\Lambda} R_\varphi(\lambda) x(\lambda) d\mu_\varphi(\lambda), \quad (4)$$

**Theorem.** Let in the nonlocal conditions (2), (3) the vectors  $\varphi_1, \varphi_2$  belong to  $L$ , i.e.  $\varphi_1, \varphi_2$  can be represented in the form

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2021»,  
26–28 травня 2021 р., Львів**

$\varphi_k = \int_{\Lambda} R_{\varphi_k}(\lambda)x(\lambda)d\mu_{\varphi_k}(\lambda)$ ,  $k \in \{1,2\}$ , where  $\lambda \in \Lambda \setminus P$ , where  $P$  is set zeros function  $\Delta(\lambda)$ . Then the formula

$$U(t) = \sum_{k=0}^1 \int_{\Lambda} R_{\varphi_k}(\lambda)\{M_k(t, \lambda)x(\lambda)\}d\mu_{\varphi_k}(\lambda) \quad (5)$$

defines a formal solution of the problem (1), (2), (3).

We construct a solution of the problem (1), (2), (3) with the use of the differential-symbol method [1, 2].

1. Kalenyuk P.I., Nytrebych Z.M., *Generalized Scheme of Separation of Variables. Differential-Symbol Method. Publishing House of Lviv Polytechnic Natyonalny University, 2002. – 292 p. (in Ukrainian).*
2. Kalenyuk P.I., Kuduk G., Kohut I.V., Nytrebych Z.M., *Problem with integraf conditions for differential operator equation // J. Math. Sci. – 2015. 208, No. 3. – P.267-276.*

## **НЕЛОКАЛЬНА ЗАДАЧА З ІНТЕГРАЛЬНОЮ УМОВОЮ ДЛЯ ЕВОЛЮЦІЙНОГО РІВНЯННЯ ДРУГОГО ПОРЯДКУ**

За допомогою операторно-символьного методу подано розв'язок задачі з інтегральними умовами для однорідного диференціально-операторного рівняння другого поряд-куза виділеною змінною(за якою задано нелокальні інтегральні умови) з оператором, визначеним в банаховому просторі. У випадку,коли праві частини умовналежать до спеціального підпростору, у якому вектори зображуються як інтеграли за деякою мірою, розв'язок задачі подано у вигляді інтегралів за цією ж мірою.