Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2021», 26–28 травня 2021 р., Львів

УДК 539.3

ЕВОЛЮЦІЯ ПРУЖНИХ ХВИЛЬ РЕЛЕЯ (НЕЛІНІЙНІ ЕФЕКТИ)

Олена Хотенко, Ірина Хотенко

Інститут механіки ім.С.П. Тимошенка НАНУ, h.khotenko@gmail.com

В роботі досліджується гармонічна поверхнева хвиля Релея, що поширюється вздовж границі розподілу ізотропного півпростору та вакууму. Пружне деформування півпростору описується п‘ятиконстантним нелінійно пружним потенціалом Мурнагана:

$$W=\frac{1}{2}\lambda\left(u_{1,1}+u_{3,3}\right)^2+\mu\left\{u_{1,1}^2+u_{3,3}^2+\frac{1}{2}\left(u_{1,3}+u_{3,1}\right)^2\right\}+\frac{1}{2}\lambda\left(u_{1,1}+u_{3,3}\right)\times$$
$$\times\left[u_{1,1}^2+u_{3,3}^2+u_{1,3}^2+u_{3,1}^2\right]+\mu\left\{u_{1,1}^2+u_{3,3}^2+2u_{1,1}u_{1,3}^2+2u_{1,1}u_{3,1}^2+\right.$$
$$\left.+u_{1,3}u_{3,1}\left(u_{1,1}+u_{3,3}\right)\right\}+\frac{1}{3}A\left[u_{1,1}^2+u_{3,3}^2+\frac{3}{4}\left(u_{1,3}+u_{3,1}\right)^2\left(u_{1,1}+u_{3,3}\right)\right]+$$
$$+B\left(u_{1,1}+u_{3,3}\right)\left[u_{1,1}^2+u_{3,3}^2+\frac{1}{2}\left(u_{1,3}+u_{3,1}\right)^2\right]+\frac{1}{3}C\left(u_{1,1}+u_{3,3}\right)^3. \qquad (1)$$

де λ, μ – пружні сталі другого порядку (сталі Ляме); A, B, C – пружні сталі третього порядку (сталі Мурнагана).

Побудовані формули для визначення нелінійного потенціалу Мурнагана 3, 4, 5, 6 степенів щодо компонентів градієнта зміщень і відповідні їм динамічні рівняння для обох випадків. Записані нові двовимірні хвильові рівняння для різних випадків, в тому числі і нехтування геометричною чи фізичною нелінійностями.

Нелінійне рівняння Релея можна записати у наступній формі:

$$L+N\cdot A_{\varphi}\cdot\omega^2=0\ , \qquad (2)$$

де L, N – лінійна та нелінійна частини, відповідно. Тобто, для певного значення швидкості хвилі Релея лінійна та нелінійна частина рівняння є сталими, то ж і значення $C=A_{\varphi}\cdot\omega^2$ є сталим.

В дослідженні проведено комп’ютерне моделювання та числовий аналіз рівняння Релея для пружних матеріалів різних типів (метали, полімери, стекла). Задача є багатопараметричною, тому при числовому аналізі було

обрано метод, коли фіксувалися значення частоти ω та фази $k_R x - \omega t$ і сканувалося значення початкової амплітуди A_φ .

Теоретичне спостереження певних нових нелінійних хвильових ефектів стало можливим завдяки побудованим графікам залежності швидкості хвилі Релея від значень початкової амплітуди для фіксованих частот (рис.1).

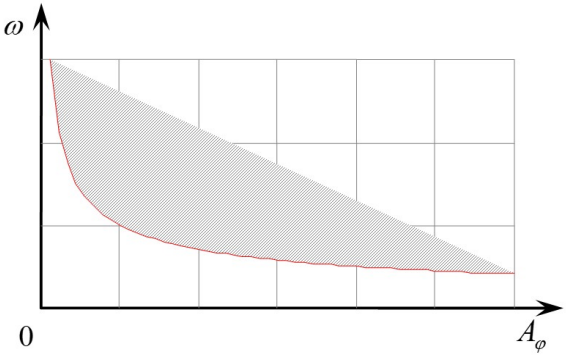

Рис.1 Залежність частоти від початкової амплітуди

З отриманих результатів випливає, що чим більша швидкість поширення хвилі Релея, тим більше точність, тобто тим менше значення похибки. Лінійна швидкість завжди менша за загальноприйняте значення фазової швидкості поширення хвилі Релея, що визначається за формулою Вікторова. Чим більше абсолютне значення фазової швидкості, тим відхилення більше. Один з виявлених нових нелінійних ефектів полягає в тому, що при збільшенні початкової амплітуди або частоти, швидкість хвилі Релея зменшується. Вона обмежується зверху максимально можливим значенням – швидкістю лінійної хвилі.

1. *Khotenko O.O., Khotenko I.M.* An analysis of a nonlinear Rayleigh equation // Bulletin of Taras Shevchenko National University of Kyiv. Series Physics & Mathematics. – 2015. – Special Issue. – pp.283–286 .
2. *Хотенко О.О., Хотенко І.М. Двовимірна динамічна задача теорії гіперпружності // Вісник КНУ ім. Т.Г. Шевченка. Серія фізико-математичні науки. – 2017. – Спецвипуск. – с.245–248* .

ELASTIC RAYLEIGH WAVE EVOLUTION (NONLINEAR EFFECTS)

The plane problem of the quadratically nonlinear elastic Rayleigh wave propagation in classical statement is studied. The numerical analysis of the nonlinear Rayleigh equation is applied to elastic materials of different types (metals, glasses, polymers). The graph of the frequency depending on initial amplitude is plotted. Common conclusions on the effect of mechanical properties of materials on results are made. New effects are detected. One of the new effects is that increasing of the initial amplitude or frequency leads to decreasing of the Rayleigh wave velocity.