**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2021»,
26–28 травня 2021 р., Львів**

УДК 517.95

ОБЕРНЕНА ЗАДАЧА ДЛЯ ПАРАБОЛІЧНОГО РІВНЯННЯ З ДОВІЛЬНИМ СЛАБКИМ ВИРОДЖЕННЯМ

[1]Надія Гузик, [1,2]Оксана Бродяк

[1]Національна академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного,
[2]Національний університет «Львівська політехніка»
hryntsiv@ukr.net, brodyakoksana1976@gmail.com

В області $Q_T = \{(x,t) \in (0,h) \times (0,T)\}$ розглядається обернена задача визначення залежних від часу коефіцієнтів $b_1(t), b_2(t)$ у параболічному рівнянні

$$\psi(t)u_t = a(t)u_{xx} + (b_1(t)x + b_2(t))u_x + c(x,t)u + f(x,t) \tag{1}$$

з початковою умовою

$$u(x,0) = \varphi(x),\ 0 \le x \le h \tag{2}$$

крайовими умовами Діріхле

$$u(0,t) = \mu_1(t), u(h,t) = \mu_2(t), 0 \le t \le T \tag{3}$$

та інтегральними умовами перевизначення

$$\int_0^h u(x,t)dx = \mu_3(t),\ 0 \le t \le T, \tag{4}$$

$$\int_0^h xu(x,t)dx = \mu_4(t),\ 0 \le t \le T. \tag{5}$$

Відомо, що $a(t) > 0, t \in [0,T]$, а виродження рівняння спричиняє монотонно зростаюча функція $\psi(t) > 0, t \in (0,T], \psi(0) = 0.$ Трійку функцій $(b_1, b_2, u) \in \left(C[0,T_0]\right)^2 \times C^{2,1}(Q_{T_0}) \cap C^{1,0}(\overline{Q}_{T_0})$, що задовольняє рівняння (1) та умови (2)-(5) поточково для всіх $t \le T_0$, називатимемо локальним розв'язком задачі (1)-(5), якщо $T_0 < T$, та глобальним розв'язком цієї задачі при $T_0 = T$. Досліджується випадок слабкого виродження, коли $\lim\limits_{t \to 0} \int_0^t \frac{d\tau}{\psi(\tau)} = 0.$

Застосовуючи теорему Шаудера про нерухому точку цілком неперервного оператора, встановлено умови існування локального розв'язку задачі (1)-(5). Доведення єдиності глобального розв'язку базується на властивостях розв'язків систем однорідних інтегральних рівнянь Вольтера другого роду з ядрами, що мають інтегровні особливості. Зауважимо, що, як в існуванні, при зведенні оберненої задачі до операторного рівняння, так і в єдиності, при отриманні інтегральних рівнянь Вольтера, використовується апарат функцій Гріна крайових задач для параболічних рівнянь.

INVERSE PROBLEM FOR THE PARABOLIC EQUATION WITH GENERAL WEAK DEGENERATION

It is investigated the inverse problem for the degenerate parabolic equation. The minor coefficient of this equation is a linear polynomial with respect to space variable with two unknown time-dependent functions. The degeneration of the equation is caused by the monotone increasing function at the time derivative. The conditions of local existence and global uniqueness of the classical solution to the named problem is established in the case of weak degeneration. For this aim we use the Green functions for the initial-boundary value problems for the parabolic equation, the Schauder fixed point theorem and properties of the solutions of the homogeneous integral Voltera equations.