

DYNAMICS OF NONEXPANSIVE MAPPINGS

Aleksandra Huczek, Andrzej Wiśnicki

Department of Mathematics, Pedagogical University of Krakow, Poland,
huczek.aleksandra@gmail.com

Nonexpansive mappings i.e. 1-Lipschitz, similarly like isometries and contractions, form one of the most basic class of nonlinear mappings. Currently interesting and at the same time very intriguing is considering dynamics of such mappings relative to different metric spaces. One of the most important theorem which relates to dynamics of nonexpansive mappings is the Wolff-Denjoy theorem. In classical version it describes dynamics of holomorphic self-mappings in respect to the Poincarè distance [1]. In other words, *if $f: \Delta \rightarrow \Delta$ is a holomorphic mapping of the unit disc $\Delta \subset \mathbb{C}$ without a fixed point, then there is a point $\xi \in \partial\Delta$ such that the iterates f^n converge locally uniformly to ξ on Δ* . The above theorem has been generalized over the years in different directions [2], [3], [4]. The aim of this talk is present some generalizations of the Wolff-Denjoy type theorem for nonexpansive mappings in proper geodesic spaces. Moreover, our next step is to unify several previous results in this area. We receive as special cases a few previous results for bounded and strictly convex domains in finite dimensional spaces \mathbb{R}^n or \mathbb{C}^n relative to a large class of metrics including the Kobayashi, Hilbert and Thompson metrics.

1. Wolff J. *Sur une généralisation d'un théorème de Schwarz*. C.R. Acad. Sc. Paris, 1926, (182), 918-920 p.
2. Beardon A. F. *The dynamics of contractions and analytic maps*. J. London Math. Soc., 1990, (41), 141-150.
3. Budzyńska M., *A Denjoy-Wolff theorem in \mathbb{C}^n* , Nonlinear Anal., 2012, (75), 22-29.
4. Lemmens B. et al., *Denjoy-Wolff theorems for Hilbert's and Thompson's metric spaces*, J. Anal. Math., 2018, (134), 671-718.

Динаміка неекспансивних відображень

Неекспансивне відображення, тобто 1-Ліпшиць, подібно як ізометрії і контракції, утворюють один з основних класів нелінійних відображень. В даний час цікавим і водночас дуже інтригуючим і проблематичним є розгляд динаміки таких відображень щодо різних метричних просторів. Однією з найважливіших теорем, що стосується динаміки нерозширюваних відображень, є теорема Вольфа-Денджоя.

**The Conference of Young Scientists «Pidstryhach Readings – 2021»,
May 26–28, 2021, Lviv**

У класичній версії вона описує динаміку голоморфних самовіддач відносно відстані Пуанкаре. Іншими словами, якщо $f : \Delta \rightarrow \Delta$ є голоморфним відображенням одиничного диска без фіксованої точки, тоді існує точка $\xi \in \partial\Delta$, у якій ітерації f^n сходяться локально рівномірно до ξ на Δ . Узагальнення вищезазначеної теореми велося протягом багатьох років у різних напрямках. Метою даного виступу є подання деяких узагальнень теореми типу Вольфа-Денджоя для неекспансивних відображень у власних геодезичних просторах. Більше того, наступним нашим кроком є об'єднання кількох попередніх результатів у цій галузі. Як особливі випадки ми отримуємо кілька попередніх результатів для обмежених і суворо опуклих областей у скінченновимірних просторах \mathbb{R}^n або \mathbb{C}^n щодо великого класу метрик, включаючи метрики Кобаясі, Гільберта та Томпсона.