**The conference of young scientists «Pidstryhach readings – 2020»
May 26–28, 2020, Lviv**

UDC 514.14

CAYLEY-BACHARACH THEOREM

Maciej Zięba

Cracow, Poland, maciej.zieba@student.up.krakow.pl

In this talk we will focus on the question how many points determine the curve of degree d. Through any two distinct points goes unique straight line, similarly through any five points, which any three are not collinear passes one nondegenerate conic.

It is surprising that we cannot show an analogous fact for three-degree curves. An attempt to understand the necessary assumptions will lead us to the claim of Cayley-Bacharach theorem, which story begins in the 4th century A.D. in Alexandria.

Theorem. *Let $\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2 \subset \mathbb{P}^2$ be cubic plane curves meeting in nine points $p_1, \ldots, p_9$. If $\mathcal{C}_3 \subset \mathbb{P}^2$ is any cubic containing $p_1, \ldots, p_8$, then $\mathcal{C}_3$ contains p_9 as well.*

We will make our observations on the projective plane $\mathbb{P}^2$, where we will show some surprising facts using the above theorem, e.g. construction of a map $G : \mathbb{P}^2 \dashrightarrow \mathbb{P}^2$ which is an involution on 7 fixed points.

ТЕОРЕМА КЕЙЛІ-БАКАРА

У цій доповіді розглядається питання про кількість точок, яка визначає криву порядку d. Через будь-які дві різні точки проходить єдина пряма і, аналогічно, через будь-які п'ять точок, з яких будь-які три не є колінеарними, проходить один невироджений конічний перетин. Несподівано, що ми не можемо встановити аналогічний факт для кривих третього порядку. Спроба це встановити приведе нас до твердження теореми Кейлі-Бакара, історія якої починається в 4 столітті н. е. в Олександрії. Ми проведемо свої спостереження на проективній площині $\mathbb{P}^2$, де, використовуючи вище вказану теорему, покажемо деякі цікаві факти, наприклад, побудову відображення $G : \mathbb{P}^2 \dashrightarrow \mathbb{P}^2$, яке є інволюцією на 7-ми нерухомих точках.