Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2020», 26–28 травня 2020 р., Львів

УДК 517.925

СХЕМИ АПРОКСИМАЦІЇ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНО-РІЗНИЦЕВИХ РІВНЯНЬ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ

Ірина Тузик, Олександр Матвій

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича, i.tuzyk@chnu.edu.ua, o.matviy@chnu.edu.ua

Схему апроксимації лінійних диференціально-різницевих рівнянь (ДРР) запропонував М.М. Красовський [1]. Подальше вивчення схем апроксимації ДРР у різних функціональних просторах на скінченному інтервалі здійснено у працях [2-3]. Вивчення зв'язків між ДРР і апроксимуючими їх системами звичайних диференціальних рівнянь дозволили запропонувати алгоритми розв'язання ряду задач пов'язаних із стійкістю лінійних ДРР [3-5].

У даній роботі розглядаються застосування схем апроксимації лінійних диференціально-різницевих рівнянь [1-3] до наближеного знаходження неасимптотичних коренів квазіполіномів та аналізу стійкості розв\`язків систем лінійних диференціальних рівнянь із запізненням.

Розглянемо лінійну систему із запізненням

$$\frac{dx(t)}{dt} = \sum_{i=0}^{k} A_i x(t-\tau_i), \tag{1}$$

де $x \in R^n$, $A_i, i=\overline{0,k}$ – $n \times n$-сталі матриці, $0=\tau_0<\tau_1<\ldots<\tau_k=\tau$, квазіполіном для системи (1) має вигляд:

$$\Phi(\lambda) = \det(\lambda E - \sum_{i=0}^{k} A_i e^{-\lambda\tau_i}). \tag{2}$$

Системі (1) поставимо у відповідність систему звичайних диференціальних рівнянь

$$\frac{dz_0(t)}{dt} = \sum_{i=0}^{k} A_i z_{l_i}(t), \; l_i = [\frac{\tau_i m}{\tau}], \tag{3}$$

$$\frac{dz_i(t)}{dt} = \mu(z_{i-1}(t) - z_i(t)), \; i=\overline{1,m}, \; \mu = \frac{m}{\tau}.$$

В роботах [3-5] показано,що для характеристичного рівняння апроксимуючої системи (3) має місце співвідношення

$$\Psi_m(\lambda) = \det(\lambda E - \sum_{i=0}^{k} A_i (\frac{\mu}{\mu+\lambda})^{l_i})(\mu+\lambda)^{mn}. \tag{4}$$

і послідовність функцій

$$H_m(\lambda) = \frac{\Psi_m(\lambda)}{(\mu+\lambda)^{mn}}, \; m \in N \tag{5}$$

збігається при $m \to \infty$ до квазіполінома (2). Цю властивість можна використати для знаходження неасимптотичних коренів квазіполінома (2).

Для побудови алгоритмів знаходження області стійкості системи (1) важливою є така теорема.

Теорема[4]. *Якщо нульовий розв'язок системи (1) експоненціально стійкий (нестійкий), тоді існує* $m_0 > 0$, *таке, що при* $m \geq m_0$ *нульовий розв'язок відповідної апроксимуючої системи експоненціально стійкий (нестійкий). Якщо для всіх* $m \geq m_0$ *нульовий розв'язок відповідної апроксимуючої системи експоненціально стійкий (нестійкий), то й нульовий розв'язок системи (1) експоненціально стійкий (нестійкий).*

Обчислюючи нулі характеристичного рівняння (4) апроксимуючої системи звичайних диференціальних рівнянь при різних значеннях τ для яких зберігається стійкість системи (3), знаходимо область значень запізнення τ для яких вихідна система із запізненням (1) є стійкою. Конструктивні алгоритми побудови областей стійкості лінійних систем із багатьма запізненнями одержані в [6].

1. *Красовський Н. Н.* Об аппроксимации одной задачи аналитического конструирования регуляторов в системе с запаздыванием // ПММ. – 1964. – 28, №4.– С. 716-725.
2. *Igor Cherevko, Larisa Piddubna.* Approximations of differential difference equations and calculation of nonasyptotic roots of quasipolynomials // Revue d`analyse numerioque et de theorie de l`approximation. – 1999. – 28. - №1. – P. 15–21.
3. *Матвій О. В., Пернай С. А., Черевко І. М.* Про стійкість лінійних систем із запізненням // Наук. Вісник Чернівецького ун-ту: Зб. Наук. пр.. Вип. 421. Математика. – Чернівці: Рута, 2008. – С. 66–70.
4. *Черевко І. М.,* *Матвій О. В.* Про апроксимацію систем із запізненням та їх стійкість // Нелінійні коливання. – 2004. – Т.7, № 2. – С. 208–216.
5. *Іліка С. А., Піддубна Л. А., Тузик І. І., Черевко І. М.* Апроксимація лінійних диференціально-різницевих рівнянь та її застосування// Буковинський математичний журнал. – Т.6, № 3–4. – Чернівці: Чернівецький нац. ун-т, 2018. – С. 80–83.
6. *Клевчук І. І., Пернай С.А., Черевко І. М.* Побудова областей стійкості лінійних диференціально-різницевих рівнянь// Доповіді НАН України, 2012.– 7.– С. 28–34.

SCHEMES OF APPROXIMATION OF DIFFERENTIAL-DIFFERENCE EQUATIONS AND THEIR APPLICATION

An approximation scheme of systems of linear differential equations with many delays is investigated. We considered its application for the approximated finding of non-asymptotic roots of quasi-polynomials. Also we investigate stability of solutions and coefficient areas of linear differential equations with delays.