

ДО КОНЦЕНТРАЦІЇ НАПРУЖЕНЬ В ПОДАТЛИВІЙ НА ПОПЕРЕЧНИЙ ЗСУВ ЕЛІПТИЧНІЙ ЦИЛІНДРИЧНІЙ ОБОЛОНЦІ З КРУГОВИМ ОТВОРОМ

Євген Сторожук, Андрій Яцура

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, stevan@ukr.net

Розглянемо ортотропну циліндричну оболонку еліптичного поперечного перерізу, ослаблену круговим отвором і навантажену поверхневими та крайовими силами. Геометричні співвідношення запишемо у векторній формі на основі уточненої теорії оболонок, що враховує деформації поперечного зсуву (модель Тимошенка), а фізичні – відповідно до закону Гука для ортотропних матеріалів [1].

Систему розв'язувальних рівнянь отримаємо з варіаційного рівняння Лагранжа за допомогою варіанту методу скінченних елементів, в якому використовується процедура подвійної апроксимації [2], тобто компоненти деформації оболонки в локальних координатах (ξ, η) всередині скінченного елемента (СЕ) обчислюються за формулами виду:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\xi\xi} &= \varepsilon_{\xi\xi}^{(5)} \frac{1-\eta}{2} + \varepsilon_{\xi\xi}^{(7)} \frac{1+\eta}{2}; \quad \varepsilon_{\eta\eta} = \varepsilon_{\eta\eta}^{(8)} \frac{1-\xi}{2} + \varepsilon_{\eta\eta}^{(6)} \frac{1+\xi}{2}; \quad \varepsilon_{\xi\eta} = \varepsilon_{\xi\eta}^{(0)}; \\ \mu_{\xi\xi} &= \mu_{\xi\xi}^{(5)} \frac{1-\eta}{2} + \mu_{\xi\xi}^{(7)} \frac{1+\eta}{2}; \quad \mu_{\eta\eta} = \mu_{\eta\eta}^{(8)} \frac{1-\xi}{2} + \mu_{\eta\eta}^{(6)} \frac{1+\xi}{2}; \quad \mu_{\xi\eta} = \mu_{\xi\eta}^{(0)}; \quad (1) \\ \psi_{\xi 3} &= \psi_{\xi 3}^{(5)} \frac{1-\eta}{2} + \psi_{\xi 3}^{(7)} \frac{1+\eta}{2}; \quad \psi_{\eta 3} = \psi_{\eta 3}^{(8)} \frac{1-\xi}{2} + \psi_{\eta 3}^{(6)} \frac{1+\xi}{2}, \end{aligned}$$

де $\varepsilon_{\xi\xi}^{(i)}, \varepsilon_{\eta\eta}^{(i)}, \mu_{\xi\xi}^{(i)}, \dots, \psi_{\eta 3}^{(i)}$ – компоненти деформації в i -й точці СЕ.

З використанням розробленої методики досліджено напружено-деформований стан еліптичної циліндричної оболонки постійної товщини h , ослабленої вільним круговим отвором радіуса r_0 . Оболонка виготовлена з ортотропного органопластика і розтягується рівномірно розподіленими на торцях осьовими зусиллями інтенсивності P ($P/h = 100 \cdot 10^5$ Па).

Розрахунки виконані для оболонки з такими параметрами:

$$\begin{aligned} (a+b)/2h &= 16; \quad r_0/h = 4; \quad \nu_{12} = 0,238; \quad E_{11} = 38,4 \text{ ГПа}; \quad E_{22} = 25,3 \text{ ГПа}; \\ G_{12} &= 7,6 \text{ ГПа}; \quad G_{13} = 0,005E_{11}; \quad G_{23} = 0,005E_{22}, \end{aligned}$$

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2020»,
26–28 травня 2020 р., Львів**

де a, b – півосі еліпса; $E_{11}, E_{22}, G_{12}, G_{13}, G_{23}, \nu_{12}$ – модулі пружності та коефіцієнт Пуассона матеріалу оболонки.

В табл. 1 наведені значення коефіцієнтів концентрації кругових напружень $k_\theta = \sigma_\theta h / P$ в декількох точках контуру отвору ($0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$) на зовнішній і внутрішній поверхнях оболонки ($\tilde{\gamma} = \gamma / h = \pm 0,5$), де кут θ відраховується від твірної. Результати представлені для двох еліптичних ($a = 2b$ і $b = 2a$) і однієї кругової ($a = b$) циліндричних оболонок як для моделі Тимошенка, так і моделі Кірхгофа–Лява.

Таблиця 1. Коефіцієнти концентрації напружень на контурі отвору

$\theta, ^\circ$	$\tilde{\gamma}$	k_θ					
		Модель Тимошенка			Модель Кірхгофа–Лява		
		$b = 2a$	$a = b$	$a = 2b$	$b = 2a$	$a = b$	$a = 2b$
0	0,5	-0,28	-0,69	-0,83	0,11	-0,44	-0,69
	-0,5	-1,16	-1,38	-1,25	-2,01	-1,69	-1,33
45	0,5	0,40	0,68	0,82	0,98	0,92	0,85
	-0,5	0,06	0,26	0,51	0,52	0,51	0,60
90	0,5	5,30	4,84	4,27	4,15	4,12	4,01
	-0,5	6,71	5,58	4,59	5,94	5,14	4,42

З наведених даних розв’язання крайових задач випливає, що при дії осьових розтягувальних зусиль як для еліптичної, так і кругової циліндричних оболонок найбільш небезпечними є точки, які розташовані на контурі отвору в перерізі $\theta = 90^\circ$ на внутрішній поверхні оболонок.

1. Гузь А. Н., Чернышенко И. С., Чехов В. Н. и др. Теория тонких оболочек, ослабленных отверстиями – Киев: Наук. думка, 1980. – 636 с. – (Методы расчета оболочек: В 5-ти т.; Т.1).
2. Bathe K.-J., Dvorkin E.N. A four-node plate bending element based on Mindlin/Reissner plate theory and mixed interpolation // Int. J. Numer. Meth. Eng. – 1985. – 21, N 2. – P. 367–383.

TO STRESS CONCENTRATION IN YIELDING TO THE TRANSVERSE SHEAR ELLIPTICAL CYLINDRICAL SHELL WITH CIRCULAR HOLE

A numerical methods for solving statics problems for a shear-bearing cylindrical shell of elliptical cross section with a circular hole have been developed. The stress concentration in the region of the free circular hole under the action of tensile forces on the shell is investigated.