

ДЕЯКІ УЗАГАЛЬНЕННЯ ЗАДАЧІ ПРО ТІНЬ

Марія Стефанчук

Інститут математики НАН України, stefanmv43@gmail.com

Означення 1. Множина $B \subset \mathbb{R}^n$ називається m -опуклою (m -напівоопуклою) відносно точки $x \in \mathbb{R}^n \setminus B$, якщо знайдеться m -вимірна площина (півплощина) L така, що $x \in L$ і $L \cap B = \emptyset$.

Означення 2. Множина B називається m -опуклою (m -напівоопуклою), якщо вона m -опукла (m -напівоопукла) відносно кожної точки $x \in \mathbb{R}^n \setminus B$.

Для довільної множини $B \subset \mathbb{R}^n$ можна розглядати мінімальну m -опуклу (m -напівоопуклу) множину, яка містить B , і називати її m -опуклою (m -напівоопуклою) оболонкою множини B .

Задача (про тінь). Яка мінімальна кількість попарно неперетинних замкнених куль з центрами на сфері S^{n-1} та радіусами, меншими за радіус сфери, достатня для того, щоб довільна пряма, яка проходить через центр сфери, перетинала хоча б одну з цих куль?

Худайберганов довів, що при $n = 2$ двох куль достатньо для створення тіні [4]. У роботах [1, 2] отримано повний розв'язок цієї задачі. Показано, що при $n > 2$ $(n+1)$ -ї кулі необхідно і достатньо для того, щоб центр сфери належав 1-опуклій оболонці сім'ї куль.

Теорема 1. Для того, щоб вибрана точка в n -вимірному евклідовому просторі при $n \geq 2$ належала 1-опуклій оболонці сім'ї попарно неперетинних замкнених множин, отриманих із заданої опуклої множини з непорожньою внутрішністю за допомогою групи перетворень, яка складається з паралельних перенесень та гомотетій, необхідно і достатньо n елементів цієї сім'ї.

Теорема 2. Для того, щоб внутрішність кола належала 1-опуклій оболонці сім'ї попарно неперетинних відкритих (замкнених) кругів із центрами на колі та радіусами, меншими за радіус кола, необхідно і достатньо трьох кругів.

Теорема 3. Для того, щоб вибрана точка в n -вимірному евклідовому просторі при $n \geq 2$ належала 1-напівоопуклій оболонці сім'ї попарно неперетинних замкнених множин, отриманих із заданої опуклої множини з непорожньою внутрішністю за допомогою групи перетворень, яка

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2020»,
26–28 травня 2020 р., Львів**

складається з паралельних перенесень та гомотетій, необхідно і достатньо $2n$ елементів цієї сім'ї.

Означення 3. Множина $B \subset \mathbb{C}^n$ (H^n) називається m -комплексно (m -гіперкомплексно) опуклою відносно точки $z \in \mathbb{C}^n \setminus B$ ($H^n \setminus B$), якщо знайдеться m -вимірна комплексна (гіперкомплексна) площина L така, що $z \in L$ і $L \cap B = \emptyset$.

Означення 4. Множина B називається m -комплексно (m -гіперкомплексно) опуклою, якщо вона m -комплексно (m -гіперкомплексно) опукла відносно кожної точки $z \in \mathbb{C}^n \setminus B$ ($H^n \setminus B$).

Для довільної множини $B \subset \mathbb{C}^n$ ($B \subset H^n$) можна розглядати мінімальну m -комплексно (m -гіперкомплексно) опуклу множину, яка містить B , і називати її m -комплексною (m -гіперкомплексною) опуклою оболонкою множини B .

Теорема 4. Для того, щоб вибрана точка в n -вимірному комплексному (гіперкомплексному) евклідовому просторі \mathbb{C}^n (H^n), $n \geq 3$, належала 1 -комплексній (1 -гіперкомплексній) оболонці сім'ї попарно неперетинних відкритих (замкнених) куль з центрами на сфері $S^{2n-1} \subset \mathbb{C}^n$ ($S^{4n-1} \subset H^n$) та радіусами, меншими за радіус сфери, достатньо $2n$ ($4n-2$) куль.

1. Зелинський Ю. Б., Выговская И. Ю., Стефанчук М. В. Задача о тени // Доповіді НАН України. – 2015. – № 5. – С. 15 – 20.
2. Зелинський Ю. Б., Выговская И. Ю., Стефанчук М. В. Обобщенно выпуклые множества и задача о тени // Укр. мат. журн. – 2015. – 67, 12. – С. 1658 – 1666.
3. Зелинський Ю. Б., Стефанчук М. В. Узагальнення задачі про тінь // Укр. мат. журн. – 2016. – 68, 6. – С. 757 – 762.
4. Худайбергенов Г. Об однородно-полиномиально выпуклой оболочке объединения шаров. – Рукопись деп. в ВИНТИ 21.02.82, № 1772-85 Деп.

GENERALIZATIONS OF THE SHADOW PROBLEM

We solve the shadow problem in the n -dimensional Euclidean space \mathbb{R}^n for a family of sets obtained from any convex domain with nonempty interior with the help of parallel translations and homotheties. We determine the number of balls with centers on the sphere, sufficient for giving a shadow in the n -dimensional complex (hypercomplex) space.