Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2020», 26–28 травня 2020 р., Львів

УДК 539.3

ПОПЕРЕЧНІ КОЛИВАННЯ ОРТОТРОПНОЇ ПЛАСТИНИ З МНОЖИНОЮ ПІДКРІПЛЕНИХ ОТВОРІВ ЗА ВРАХУВАННЯ РОЗПОДІЛЕНОГО НАВАНТАЖЕННЯ НА ПОВЕРХНІ

Тетяна Шопа, Ольга Тужеляк

Інститут прикладних проблеми механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, tetyana.sh@gmail.com, oliatuzheliak@gmail.com

Розглянуто задачу про усталені поперечні коливання ортотропної пластини, яка має N отворів, в рамках теорії, яка враховує поперечні зсуви. Контурами отворів є криві $L^{(j)}$, $j=\overline{1,N}$. На контурах отворів задано компоненти переміщень. Зовнішня границя пластини є також довільної форми, контуром якої є крива $L^{(N+1)}$. На поверхні пластини діє гармонічне в часі довільне розподілене навантаження, яке задається функціями q, m_1, m_2. Використано позначення статті [1].

Ключова система диференціальних рівнянь має вигляд

$$[L]\{U\}=\{P\}, \quad \{U\}=\{w, \gamma_1, \gamma_2\}^{\mathrm{T}}, \ \{P\}=\{q, m_1, m_2\}^{\mathrm{T}},$$

$$L_{11}=\Lambda_1\frac{\partial^2}{\partial\alpha_1^2}+\Lambda_2\frac{\partial^2}{\partial\alpha_2^2}-2h\rho\frac{\partial^2}{\partial t^2},$$

$$L_{22}=D_1\frac{\partial^2}{\partial\alpha_1^2}+D_{12}\frac{\partial^2}{\partial\alpha_2^2}-\Lambda_1-\frac{2h^3}{3}\rho\frac{\partial^2}{\partial t^2}, \ L_{12}=-L_{21}=\Lambda_1\frac{\partial}{\partial\alpha_1},$$

$$L_{33}=D_{12}\frac{\partial^2}{\partial\alpha_1^2}+D_2\frac{\partial^2}{\partial\alpha_2^2}-\Lambda_2-\frac{2h^3}{3}\rho\frac{\partial^2}{\partial t^2}, \ L_{13}=-L_{31}=\Lambda_2\frac{\partial}{\partial\alpha_2},$$

$$L_{23}=\left(D_1\nu_{12}+D_{12}\right)\frac{\partial^2}{\partial\alpha_1\partial\alpha_2}, \ L_{32}=\left(D_{12}+D_2\nu_{21}\right)\frac{\partial^2}{\partial\alpha_1\partial\alpha_2}. \tag{1}$$

Крайові умови на контурах отворів та на зовнішній границі пластини:

$$w=w_0^{(j)}(\alpha)\sin(\omega t), \quad \gamma_n=\gamma_{n0}^{(j)}(\alpha)\sin(\omega t),$$

$$\gamma_\tau=\gamma_{\tau 0}^{(j)}(\alpha)\sin(\omega t), \ \alpha\in L^{(j)}, \ j=\overline{1,N}, \alpha\in L^{(N+1)}, j=N+1. \tag{2}$$

Крайову задачу (1), (2) розв'язано непрямим методом граничних елементів. Використано функції Ґріна в прямокутній області Π , яка містить розглядувану багатозв'язну область Ω , з однорідними крайовими умовами

$$w = 0, M_n = 0, \gamma_\tau = 0, \ \alpha \in \partial\Pi , \qquad (3)$$

побудованими в роботі [1]. Розв'язок представлено у вигляді суми потенціалу простого шару та розв'язку системи (1) в прямокутній області Π з крайовими умовами (3), знайденого на основі методу рядів Фур'є. Систему інтегральних рівнянь розв'язано методом колокацій, використовуючи апроксимацію функцій густин потенціалів простого шару таку ж, як у роботі [1]. Задачу зведено до системи лінійних алгебраїчних рівнянь відносно дискретних значень функцій густин потенціалів простого шару на контурах отворів та на зовнішній границі пластини

$$\left\{ w_0^{(j)}\left(\alpha^{(j)q}\right),\ \gamma_{n0}^{(j)}\left(\alpha^{(j)q}\right),\ \gamma_{\tau 0}^{(j)}\left(\alpha^{(j)q}\right) \right\}^{\mathrm{T}} =$$
$$= -\sum_{f=1}^{N+1}\sum_{r=1}^{S^{(f)}}\sum_{k=0}^{K}\sum_{m=0}^{M} C_{km}(\varepsilon)\left[\Omega_{km}^{(U)}\left(\alpha^{(j)q}\right)\right]\left[E_{km}\left(\alpha^{(f)r}\right)\right]\left\{T^{(f)r}\right\} -$$
$$-\sum_{k=0}^{K}\sum_{m=0}^{M}\left[\Omega_{km}^{(U)}\left(\alpha^{(j)q}\right)\right]\left\{P_{km}\right\}, \alpha^{(j)q} \in L^{(j)},\ j = \overline{1, N},\ \ j = N+1,\ \ q = \overline{1, S^{(j)}},$$

де $\{P_{km}\} = \{q_{km}, m_{1km}, m_{2km}\}^{\mathrm{T}}$, а q_{km}, m_{1km}, m_{2km} – коефіцієнти розкладу функцій q, m_1, m_2 в ряди Фур'є. Досліджено числові результати у різних часткових випадках задачі. Розглянуто випадки прямокутної та круглої пластини з різною кількістю круглих отворів за врахування розподіленого навантаження, яке діє на деяку прямокутну ділянку на поверхні пластини.

1. *Shopa T. V.* Transverse vibration of an orthotropic plate with a collection of holes of arbitrary configuration and mixed boundary conditions // Materials Science. – 2018. – 54, 3. − P. 368−377.

TRANSVERSE VIBRATION OF ORTHOTROPIC PLATE WITH A SET OF SUPPORTED CUTOUTS TAKING INTO ACCOUNT DISTRIBUTED LOAD ON THE SURFACE

In the framework of the refined theory, which takes into account transverse shear deformation, the solution of the problem on the steady state flexural vibrations of the orthotropic plate with the arbitrary number of supported cutouts of the arbitrary geometrical form and location under the harmonic in time arbitrary distributed external load on the surface is constructed. External boundary of the plate is of the arbitrary geometrical configuration. The solution is built on the basis of the indirect boundary elements method. Numerical results for partial cases of the problem are presented.