

НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ЛОКАЛЬНО НЕОДНОРІДНОГО ЕЛЕКТРОПРОВІДНОГО ПІВПРОСТОРУ

Юлія Сенік

Центр математичного моделювання ІППММ ім. Я. С. Підстригача
НАН України, yuliya.senik@gmail.com.

Розглянемо електропровідний неферомагнітний півпростір, пружні властивості матеріалу якого залежить від густини. Вважаємо, що півпростір вільний від зовнішнього силового навантаження, а на його поверхнях задано постійне значення густини ρ_a , що відрізняється від відлікового значення ρ_* , а також термодинамічного електричного потенціалу ϕ_a . Розташуємо декартову систему координат $\{x, y, z\}$ таким чином, щоб півпростір займав область $x \geq 0$. За розглядуваної зовнішньої дії рівноважний стан півпростору залежить лише від координати x і описується такою ключовою системою рівнянь для визначення густини ρ , електричного потенціалу ϕ , компонент тензора напружень $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$ [1, 2]

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \rho(x)}{dx^2} - \xi^2 (\rho - \rho_*) &= -\xi^2 (\rho_a - \rho_*) \exp(-\xi x), \\ \frac{d^2 \phi}{dx^2} + \frac{a_{\omega\omega}}{\varepsilon_0} \phi + \frac{a_{m\omega}}{\varepsilon_0} (\rho - \rho_*) &= 0, \\ \frac{d^2 \sigma_{xx}}{dx^2} = 0, \quad \frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{1-\nu}{E} \sigma_{\gamma\gamma} \right) &= \frac{d^2}{dx^2} \left[a_m (\rho - \rho_*) + a_0^{\omega} \phi \right], \quad \gamma = \{y, z\}. \end{aligned} \quad (1)$$

При цьому врахуємо залежність пружних властивостей неоднорідного тіла від змінної густини його матеріалу, прийнявши співвідношення, характерні для пористих середовищ $E(x) = E_0 (\rho/\rho_*)^{\beta_E}$, $\nu(x) = \nu_0 (\rho/\rho_*)^{\beta_\nu}$. Тут a_m , a_0^{ω} , $a_{m\omega}$, $a_{\omega\omega}$, ε_0 , ξ , ζ , E_0 , ν_0 , β_E , β_ν – сталі величини.

Систему рівнянь (1) доповнимо умовами на поверхні $x = 0$ півпростору $\sigma_{xx} = 0$, $\rho = \rho_a$, $\phi = \phi_a$,
(2)
умовами обмеженості розв'язку на безмежності

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2020»,
26–28 травня 2020 р., Львів**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \{\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \phi, \rho - \rho^*\} = 0, \quad (3)$$

а також умовою електронейтральності тіла

$$\int_0^{\infty} \omega(x) dx = 0, \quad (4)$$

де $\omega(x) = [a_{m\omega}(\rho - \rho^*) + a_{\omega\omega}\phi] / \varepsilon_0$ – електричний заряд.

Аналіз розв'язку задачі (1)-(4) дозволяє стверджувати, що у області тіла існує ненульовий напружено-деформований стан, спричинений приповерхневим збуренням густини, що, згідно [1], обумовлене різними умовами взаємодії частинок на поверхні та у глибині тіла. Поверхнє значення термодинамічного електричного потенціалу та електричного заряду визначасмо із використанням умови (4). Аналіз розподілу заряду в рамках моделі підтвердив існування біля поверхні півпростору подвійного електричного шару, який є наслідком врахування сил кулонівської взаємодії, структурної неоднорідності матеріалу та шорсткості реальної поверхні півпростору.

Напруження у півпросторі максимального значення досягають на його поверхні і монотонно зменшуються до нуля при $x \rightarrow +\infty$. Порівнюючи отриманий розподіл напружень у півпросторі із [1], де подібна задача була розглянута у лінійній постановці, бачимо, що врахування нелінійності при $\beta_E \geq 0, \beta_V \geq 0$ призводить до зменшення поверхневих напружень. Оскільки поверхневі напруження є розтягуючими, аналіз отриманого виразу для $\sigma_{yy}(0)$ дозволяє оцінити один із параметрів моделі.

1. *Тарас Нагірний, Костянтин Червінка*: Основи механіки локально неоднорідних пружних тіл. Основи наномеханіки II. – Львів: Растр-7, 2014. – 168 с.
2. *Nahirnyj T. S., Senyk Y. A., Tchervinka K. A.* Modeling local non homogeneity in electroconductive non-ferromagnetic thermoelastic solid // *Mathematical Modeling and Computing*. – 2014. – Vol. 1, No 2– C. 214–223.

THE STEADY STATE OF A LOCALLY NON-HOMOGENEOUS ELECTROCONDUCTIVE HALF-SPACE

The problem for the deformable electroconductive nonferromagnetic half-space is considered on the basis of the mathematical model of locally non-homogeneous solids. The study of density, thermodynamic electrical potential, charge and components of stress tensor in the half-space was performed. As a result of the research, a number of conclusions have done regarding the feasibility of taking into account the dependence of elasticity characteristics of the material on density.