**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2020»,
26–28 травня 2020 р., Львів**

УДК 539.3

ДО ПИТАННЯ ПРО АНАЛІТИЧНИЙ ТА ЧИСЛОВИЙ РОЗРАХУНОК ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ, ПОШКОДЖЕНИХ ТРІЩИНАМИ

Олексій Приходько, Юрій Федорусь, Ілля Лаговський

Луцький національний технічний університет, cdrr.mechanic@gmail.com

Проблема розрахунку елементів конструкцій: балок, пластин чи оболонок, пошкоджених тріщинами, є надзвичайно складною як із точки зору фізико-механічної постановки задачі, так і з точки зору її математичного вирішення. Із цієї причини існує дуже обмежене число аналітичних методів і розв'язків, які дозволяють на достатньому рівні отримати результати, які можна порівнювати із результатами числових та експериментальних методів. Одними з найбільш ефективних і поширених аналітичних методів, якими розраховують елементи конструкцій із тріщинами, є метод функції комплексної змінної та метод потенціалу, де задіюються аналітичні, гармонічні та субгармонічні функції [1-3]. До аналітико – числових методів можна віднести метод сингулярних інтегральних рівнянь та граничних інтегральних рівнянь, [3], які,для отримання результатів використовують ще і числові методи. До так званих «чистих» числових методів відносять метод кінцевих різниць і метод кінцевих елементів [2,4]. Останні методи застосовуються у випадках складних розрахункових об'єктів чи складних видів навантажень, або для дослідження точності формул аналітичних розрахунків та порівняння одержаних результатів.

У даній доповіді запропоновано аналіз точності аналітичного розв'язку для композитної балки – смуги, висотою $2h$, з поперечною тріщиною $2l$ у роз -тягнутій зоні. Отриманий розв'язок базується на гіпотезах некласичної моделі коротких балок – смуг [5], та зведення до задачі лінійного спряження М. Мусхелішвілі [1,2]. Формули для напружень у середній частині перерізу та КІН у балці, за згину зосередженою силою $2P$, мають вигляд:

$$\sigma_x(z,0)=\frac{PL}{2I}\frac{1}{\sqrt{(z-b)(z-a)}}\left[2z^2-z(a+b)-l^2\right],$$

$$K_1^a=\frac{PL}{2I}\sqrt{\pi l}\,(2a+l),\ K_1^b=\frac{PL}{2I}\sqrt{\pi l}\,(2b-l), \tag{1}$$

$$I=\frac{2}{3}th^3,\quad \left(z\in[-h;a)\cup(b;h]\right).$$

Тут $z-$ поперечна координата; a і b - координати верхнього та нижнього кінців тріщини. У наведеній таблиці дається порівняння значень КІН для різних довжин балки L/h і тріщини $2l/h$.

Перевірку рівня достовірності отриманих формул можна частково здійснити за допомогою наявних числових результатів H.Nied та F.Erdogan-*a* [3], одержаних методом сингулярних інтегральних рівнянь (СІР).У цьому випадку нескінченна смуга на верхній грані згиналася силою $2P$, що діяла на плоский жорсткий штамп (за відсутності тертя в зоні контакту), а нижня грань опиралася в двох симетричних точках ($x=\pm L$). Область контакту штампа була малою ($\Delta L/h=0,02$), тому дію штампа можна вважати еквівалентною дії зосереджених сил $2P$. Отримані, таким чином, числові результати можна порівняти із результатами, порахованими за формулами (1), коли центр тріщини знаходиться посередині нижньої половини смуги. У цьому випадку відстань від нижнього краю смуги завжди рівна відстані a від серединної лінії смуги до вістря тріщини, а отже, залежність $a+l=h/2$ завжди залишається сталою. Дані, пораховані за формулами (1) для величин $\tilde{K}_1^i = K_1^i / [(P/th)\sqrt{\pi l}]$, зведені у таблицю:

Таблиця. Значення безрозмірних КІН $\tilde{K}_1^i$

$\lambda=\frac{2l}{h}$	*L*/*h*=4, $\tilde{K}_1^a$		*L*/*h*=4, $\tilde{K}_1^b$		*L*/*h*=8, $\tilde{K}_1^a$		*L*/*h*=8, $\tilde{K}_1^b$	
	СІР [115]	Форм.(2)	СІР [115]	Форм. (2)	СІР [115]	Форм. (2)	СІР [115]	Форм. (2)
0,1	2,61	2,85	2,88	3,15	5,47	5,70	6,04	6,30
0,2	2,52	2,70	3,06	3,30	5,27	5,40	6,41	6,60
0,4	2,40	2,40	3,54	3,60	4,99	4,80	7,43	7,20
0,6	2,40	2,10	4,35	3,90	4,97	4,20	9,09	7,80
0,8	2,65	1,80	6,10	4,20	5,44	3,60	12,7	8,40

Із аналізу даних таблиці видно, що за такого випадку розміщення тріщини, точність отриманих розв'язків може бути задовільною ($<5\%$) тільки до значення параметра $\lambda \le 0,4$. Наприклад, для параметра $\lambda \le 0,6$ похибка значень КІН $\tilde{K}_1^i$ за різними моделями може досягати 14%, а для $\lambda > 0,8$ – більше, ніж у півтора рази для $\tilde{K}_1^b$ і *L*/*h*=8. Досліджувався випадок дії розподіленого навантаження, де формули для σ_x і КІН уже дещо інші.

1. *Мусхелишвили Н.И.* Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: Изд-во "Наука". 1966.– 708 с.
2. *Лозовой Б.Л., Панасюк В.В.* Некоторые задачи изгиба полосы с прямолинейной трещиной. // Из. АН СССР. ОТН. Механика и машиностроение. 1962. – С. 138–143.
3. Механика разрушения и прочность материалов: Справ.пособие: В 4-х томах. /Под общей ред. *Панасюка В.В.*-Киев: Наук.думка. 1988. Т.2: Коэффициенты интенсивности напряжений в телах с трещинами /*Саврук М.П.* − 1988, 620 с.
4. *Зенкевич О.К.* Метод конечных элементов в технике. − М.: Мир, 1975. − 541с.
5. *Shvabyuk V.I., Rotko S.V., Uzhegova O.A.* Bending of a Composite Beam with a Longitudinal. // Strenght of Materials. – 2014. – Vol. 46. – No. 4. – P. 558–566.

ON THE QUESTION OF ANALYTICAL AND NUMERICAL CALCULATION OF ELEMENTS OF STRUCTURES DAMAGED BY CRACKS

The elastic problem for a beam is considered, which has a transverse crack in the stretched stress zone. The solution was obtained by linear conjugation of analytic functions. Numerical results are compared from the results of the finite element method.