Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2020»
26–28 травня 2020 р., Львів

УДК 517.927

ПРО ЗБІЖНІСТЬ РОЗВ'ЯЗКІВ ЛІНІЙНИХ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ ДЛЯ СИСТЕМ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

Ольга Пелехата

Національний технічний університет України "КПІ ім. Ігоря Сікорського
o.pelehata-2017@kpi.ua

Розглянемо на скінченному інтервалі $(a, b) \subset \mathbf{R}$ для кожного цілого невід'ємного n систему m лінійних диференціальних рівнянь високого порядку

$$y^{(r)}(t,n) + A_{r-1}(t,n)y^{(r-1)}(t,n) + \cdots + A_0(t,n)y(t,n) = f(t,n) \qquad (1)$$

із неоднорідними крайовими умовами

$$B_j(n)y(\cdot,n) = c_j(n), \quad j \in \{1,2,\ldots,r\} =: [r], \qquad (2)$$

де

$$B_j(n) : C^{(r-1)}([a,b];\mathbf{C}^m) \to \mathbf{C}^m, \quad j \in [r]$$

лінійні неперервні оператори Припускається, що матриці-функції $A_{j-1}(\cdot, n)$, вектор-функція $f(\cdot, n)$ сумовні на $[a, b]$, а вектори $c_j(n)$ - задані з простору $\mathbf{C}^m$.

Надалі вважатимемо, що гранична крайова задача (1) –(2) для $n = 0$ має єдиний розв'язок. Тоді цікавими є наступні питання:

- За яких умов на ліві частини задач (1) –(2) їх розв'язки $y(\cdot, n)$ існують і єдині при $n >> 1$;
- Які додаткові умови на ліві і праві частини задач (1) –(2) гарантують, що

$$\left\| y^{(j-1)}(\cdot,0) - y^{(j-1)}(\cdot,n) \right\|_\infty \to 0, \quad n \to \infty, \quad j \in [r], \qquad (3)$$

  де $\|\cdot\|_\infty$ — sup-норма на відрізку $[a, b]$.

Надалі вважатимемо, що $j \in [r]$. Введемо позначення:

$$R_{A_{j-1}}(\cdot,n) := A_{j-1}(\cdot,0) - A_{j-1}(\cdot,n) \in L_1([a,b];\mathbb{C}^{m\times m}), \qquad (4)$$

$$F(\cdot,n) := \begin{bmatrix} f_1(\cdot,n) & 0 & \dots & 0 \\ f_2(\cdot,n) & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_m(\cdot,n) & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \in L_1([a,b];\mathbb{C}^{m\times m}), \qquad (5)$$

$$R_F(\cdot,n) := F(\cdot,0) - F(\cdot,n), \qquad (6)$$

$$R_F^{\vee}(t,n) := \int_a^t R_F(s,n)ds, \qquad R_{A_{j-1}}^{\vee}(t,n) := \int_a^t R_{A_{j-1}}(s,n)ds, \qquad (7)$$

$\|\cdot\|_1$ — норма в просторі Лебега L_1 вектор(матриць)-функцій на відрізку $[a,b]$.

Теорема 1. *Нехай виконані умови:*

(I) $\|R_{A_{j-1}}^{\vee}(\cdot,n)\|_\infty \to 0$;

(II) $\|R_{A_{r-1}}(\cdot,n)R_{A_{j-1}}^{\vee}(\cdot,n)\|_1 \to 0$,

(III) $B_j(n)y \to B_jy, \quad y \in C^{(r-1)}([a,b];\mathbb{C}^m)$;

Тоді для достатньо великих n задачі (1) –(2) *однозначно розв'язні. Якщо, крім того,*

(IV) $c_j(n) \to c_j$,

(V) $\|R_F^{\vee}(\cdot,n)\|_\infty \to 0$,

(VI) $\|R_{A_{r-1}}(\cdot)R_F^{\vee}(\cdot,n)\|_1 \to 0$,

тоді єдині розв'язки крайових задач (1) –(2) *задовольняють співвідношення* (3).

1. Pelekhata, O.B., Reva, N.V. Limit Theorems for the Solutions of Linear Boundary-Value Problems for Systems of Differential Equations. Ukr Math J 71, 1061–1070 (2019); English translation: Ukr. Math. J., 71, No. 7, pp. 930–937, July, 2019.

2. V. A. Mikhailets, O. B. Pelekhata, and N. V. Reva, "Limit theorems for the solutions of boundary-value problems" // Ukr. Mat. Zh.—2018. — 70, No. 2. — 216–223; English translation: Ukr. Math. J., 70, No. 2, 243–251 (2018).

3. Михайлец В. А., Пелехата О. Б., Рева Н. В. О теореме Кигурадзе для линейных краевых задач //Доповіді НАН України. — 2017. — №12. — С. 8 -13.

ON CONVERGENCE OF THE SOLUTIONS OF BOUNDARY VALUE PROBLEMS FOR THE SYSTEM OF LINEAR DIFFERENTIAL EQUATION

We consider the sequence of general linear boundary value problems for ordinary differential equations of high order. The boundary conditions in these problems have the most general form. Sufficient conditions for the solutions of the problem with n>0 to converge to the solution of the problem with n=0 are found.