**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2020»,
26–28 травня 2020 р., Львів**

УДК 539.3

ЧИСЕЛЬНИЙ АЛГОРИТМ РОЗВ'ЯЗКУ ПЛОСКИХ ЗАДАЧ ДИНАМІКИ ГРУНТОВИХ СЕРЕДОВИЩ В НЕОРОГОНАЛЬНІЙ СИСТЕМІ КООРДИНАТ

Володимир Мейш[1], Юлія Мейш[2]

[1]Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України
[2]Національний транспортний університет, juliameish@gmail.com.

Розглянемо рівняння руху грунтового середовища в криволінійній системі координат в фізичних величинах

$$\frac{\partial \overline{F}}{\partial t}+\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial \overline{A}}{\partial r}+\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial \overline{B}}{\partial \varphi}+\overline{C}=0\,, \tag{1}$$

$$\overline{F}=\begin{pmatrix}\dfrac{\rho u_1}{\sqrt{a_{11}}}\\ \dfrac{\rho u_2}{\sqrt{a_{11}}}\\ \rho\end{pmatrix},\quad \overline{A}=\begin{pmatrix}\dfrac{\sqrt{g}}{\sqrt{a_{11}}\sqrt{a_{11}}}T_{11}\\ \dfrac{\sqrt{g}}{\sqrt{a_{11}}\sqrt{a_{22}}}T_{12}\\ \dfrac{\sqrt{g}}{\sqrt{a_{11}}}\rho u_1\end{pmatrix},\quad \overline{B}=\begin{pmatrix}\dfrac{\sqrt{g}}{\sqrt{a_{11}}\sqrt{a_{12}}}T_{12}\\ \dfrac{\sqrt{g}}{\sqrt{a_{22}}\sqrt{a_{22}}}T_{22}\\ \dfrac{\sqrt{g}}{\sqrt{a_{22}}}\rho u_2\end{pmatrix},$$

$$\overline{C}=\begin{pmatrix}\Gamma_{11}^{1}\dfrac{T_{11}}{\sqrt{a_{11}}\sqrt{a_{11}}}+2\Gamma_{12}^{1}\dfrac{T_{12}}{\sqrt{a_{11}}\sqrt{a_{22}}}+\Gamma_{22}^{1}\dfrac{T_{22}}{\sqrt{a_{22}}\sqrt{a_{22}}}\\ \Gamma_{11}^{2}\dfrac{T_{11}}{\sqrt{a_{11}}\sqrt{a_{11}}}+2\Gamma_{12}^{2}\dfrac{T_{12}}{\sqrt{a_{11}}\sqrt{a_{22}}}+\Gamma_{22}^{2}\dfrac{T_{22}}{\sqrt{a_{22}}\sqrt{a_{22}}}\\ 0\end{pmatrix},$$

де $T_{11}=(\rho v_1^2+P), T_{22}=(\rho v_2^2+P),\ T_{12}=\rho v_1 v_2;\ g=a_{11}a_{22}-a_{12}^2;$ $r;\varphi$ - криволінійні просторові координати; t - часова координата; $u_1(r,\varphi,t)$ - компонента вектора швидкості $\overline{u}$ в напрямку координати r; $u_2(r,\varphi,t)$ - компонента вектора швидкості $\overline{u}$ в напрямку координати φ; $\rho(r,\varphi,t)$ - густина середовища; $P(r,\varphi,t)$ - тиск в середовищі; a_{ij} - коефіцієнт першої квадратичної форми; Γ_{ij}^{k} $(i,\ j,\ k=1,\ 2)$ - символи Крістофеля II роду, які відповідають за геометрію області в неортогональній криволинійній системі координат [3]. Рівняння руху середовища (1) доповнюються рівнянням стану грунту. Грунт розглядається згідно трикомпонентної нелінійної моделі грунтів (повітря, вода, тверда складова) [4, 5].

Для чисельного розв'язку вихідної задачі використовується скінченно-різницева схема Мак-Кормака [6], згідно якої:

- на кроці предиктор маємо наступні різницеві рівняння:

$$\tilde{F}_{k,l} = F_{k,l}^{n} - \tau \left[\frac{1}{(\sqrt{g})_{k,l}} \frac{A_{k,l} - A_{k-1,l}}{\Delta r} + \frac{1}{(\sqrt{g})_{k,l}} \frac{B_{k,l} - B_{k,l-1}}{\Delta r} + C_{k,l} \right]^{n};$$

- на кроці предиктор маємо наступні різницеві рівняння:

$$F_{k,l}^{n+1} = \frac{1}{2} \left\{ F_{k,l}^{n} + \tilde{F}_{k,l} - \tau \left[\frac{A_{k+1,l} - A_{k,l}}{(\sqrt{g})_{k,l}\ \Delta r} + \frac{B_{k,l} + 1 - B_{k,l}}{(\sqrt{g})_{k,l}\ \Delta r} + \tilde{C}_{k,l} \right]^{n} \right\}.$$

Таким чином, наведено алгоритм розв'язку для випадку плоских динамчних задач теорії грунтових середовищ в неотогональній системі координат.

1. Кильчевский Н.А. Основы тензорного исчисления с приложениями к механике. – К.: Наук. Думка, 1972. – 198 с.
2. Бабенко А.Є., Бобир М.І., Бойко С.Л., Боронко О.О. Теорія пружності. Частина 1: Підруч. – К.: Основа, 2009. – 244 с.
3. Гуляєв В.І., Горбунович І.В., Гловач Л.В. Елементи теорії поверхонь. – Київ: Нац. транспортний ун – т, 2011. – 239 с.
4. Ляхов Г.М. Волны в грунтах и пористых многокомпонентных средах. – М.: Наука, 1982 – 286 с.
5. Механический эффект взрыва в грунтах / Лучко И.А., Плаксий В.А., Ремез Н.С. и др. – Киев: Наук. думка, 1989. – 232 с.
6. Оран Э., Борис Дж. Численное моделирование реагирующих потоков. – М.: Мир, 1990. – 660 с.

NUMERICAL ALGORITHM FOR SOLVING PLANE PROBLEMS OF SOIL MEDIUM DYNAMICS IN THE NEOROGONAL COORDINATE SYSTEM

The paper presents dynamic equations for heterogeneous soil medium. A three-component soil environment model is used. The equations of motion of the medium are supplemented by the equation of state of the soil. For the numerical solution of the problems posed, a finite - difference Mac – Cormac's scheme is used. A numerical algorithm for solving the initial boundary value problems are presented.