

ПРО ДЕФОРМУВАННЯ ТОРОЇДАЛЬНОЇ ОБОЛОНКИ СУПЕРКОЛОВОГО ПОПЕРЕЧНОГО ПЕРЕРІЗУ

Ірина Луцька, Володимир Максимюк

Інститут механіки ім. С. П. Тимошенка НАН України, desc@inmech.kiev.ua

Тороїдальні оболонки завдяки своїй компактності часто використовуються як посудини високого тиску. Намагання збільшити компактність привело до оболонок неколового поперечного перерізу. Розрахунок напружено-деформованого стану (НДС) таких оболонок чисельними сітковими методами ускладнюється через так зване явище мембранного замикання (locking). Явище проявляється у сповільненій, але стійкій, збіжності класичних чисельних методів внаслідок значних згинів за невеликих розтягів. Особливо сповільнюється збіжність у випадках значної еліптичності поперечного перерізу [1] внаслідок великих згинів поблизу полюсів еліпса. Очевидно, у випадку супереліптичного [2] перерізу циліндричних, тороїдальних та інших оболонок розрахунок НДС ще більше ускладниться. Щодо оболонок колового перерізу, то в розрахунках за внутрішнього тиску мембранне замикання зазвичай не спостерігається. Проте якщо переріз матиме форму суперкола (supercircle)

$$|x|^n + |y|^n = R^n, \quad n > 2 \quad (1)$$

то мембранне замикання може проявитися, особливо зі збільшенням n , коли суперколо буде наближатись до квадрата з заокругленими краями, де очікуються великі згини.

Нехай серединна поверхня замкнутої тороїдальної оболонки утворена обертанням навколо вісі Oy суперкола

$$F(x, y) = \left| \frac{x-c}{R} \right|^n + \left| \frac{y}{R} \right|^n - 1 = 0, \quad (2)$$

де c – відстань від центру поперечного перерізу до вісі обертання.

Серединна поверхня тонкої ортотропної оболонки віднесена [1] до криволінійної системи координат (s, θ, γ) , в якій довжина дуги суперкола s відраховується від найвіддаленішої від вісі обертання точки $(x = c + R, y = 0)$ до найближчої до неї точки $(x = c - R, y = 0)$. Геометричні параметри

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2020»,
26–28 травня 2020 р., Львів**

оболонки товщиною h такі: $R/h=100$, $c/h=200$, $n=4$, довжина півдуги суперкола $s_k/h=351$. Осі ортотропії матеріалу з характеристиками: $E_s=15$ ГПа; $E_\theta=12$ ГПа; $\nu_s=0,12$; збігаються з координатними лініями прийнятої системи координат. Навантаження – внутрішній тиск $p=0,1$ МПа.

НДС оболонки розраховано методом скінченних різниць. В табл.1 для характерних точок тора $\tilde{s}=s/s_k$ наведено дотичні переміщення $\tilde{u}=u/h$, угини $\tilde{w}=w/h$, меридіональні (σ_s^+ , σ_s^-) та колові (σ_θ^+ , σ_θ^-) віднесені до тиску p напруження на зовнішній (+) та внутрішній (-) поверхнях оболонки.

Таблиця 1. Переміщення та напруження в характерних точках тора

\tilde{s}	\tilde{u}	\tilde{w}	σ_s^+	σ_s^-	σ_θ^+	σ_θ^-
0	0	0,727	106	58	300	297
0,25	0,672	-2,32	-181	400	-924	-842
0,5	0,807	30,64	2997	-2332	227	-260
0,75	-0,238	-0,788	551	-211	836	697
1,0	0	0,095	159	148	-99	-99

Для досягнення точності до трьох значущих цифр в максимальних величинах необхідно було розбити півдугу суперкола ($n=4$) на 2000 вузлових точок, тоді як у випадку кола ($n=2$) достатньо було 200 точок, що є проявом мембранного замикання. Поблизу «діагональних» точок суперкола ($\tilde{s}=0,25$; $0,75$) та в «діаметральних» точках ($\tilde{s}=0,5$) виникають значні моменти. Дана задача може доповнити ряд так званих патологічних тестів.

1. *Lutskaya I. V., Maksimyuk V. A, Chernyshenko I. S. Modeling the Deformation of Orthotropic Toroidal Shells with Elliptical Cross-Section Based on Mixed Functionals // Int. Appl. Mech. – 2018. – 54, N 6. – P. 660–665.*
2. *Akgün G., Kurtaran H. Geometrically nonlinear transient analysis of laminated composite super-elliptic shell structures with generalized diferential quadrature method // Int. J. Non-Linear Mech. – 2018. – 105. – P. 221–241.*

**ON DEFORMATION OF A TOROIDAL SHELL OF A SUPERCIRCLE
CROSS SECTION**

Problems of the statics of thin orthotropic toroidal shells with supercircle cross sections are examined. This problem due to the presence of the membrane locking can complement a number of so-called pathological tests.