

УДК 531.36, 531.38

ПРО СТІЙКІСТЬ РІВНОМІРНИХ ОБЕРТАНЬ В СЕРЕДОВИЩІ З ОПОРОМ ДВОХ ПРУЖНО ЗВ'ЯЗАНИХ ГІРОСКОПІВ ЛАГРАНЖА

Юрій Кононов¹, Ярослав Святенко²

¹Інститут прикладної математики і механіки НАН України,
kononov.yuriy.nikitovich@gmail.com

²Донецький національний університет імені Василя Стуса, filioeee@gmail.com

На підставі інваріантного підходу отримані умови асимптотичної стійкості рівномірного обертання в середовищі з опором двох пружно зв'язаних динамічно симетричних твердих тіл. Тверді тіла зв'язані пружним відновлюючим сферичним шарніром. Розглянуті випадки, коли одне із тіл має нерухому точку (невільна система) і випадок вільної системи двох пружно зв'язаних тіл (рух по інерції). Тверді тіла знаходяться під дією сили тяжіння (невільна система), дисипативного моменту, що моделює середовище з опором, постійного моменту в інерціальній системі відліку і постійного моменту в неінерціальній системі, тобто в системі координат, пов'язаній з твердим тілом.

Узагальнена задача, розглянута в [1] на випадок рівномірних обертань двох пружно зв'язаних гіроскопів Лагранжа та в [2].

Рівняння руху розглянутої механічної системи допускають часні рішення [2]

$$p_i = q_i = 0, \quad r_i = \omega_{0i} = (Q_i \pm P_i) / D_{i3} \quad (i = 1, 2), \quad (1)$$

які відповідають рівномірним обертанням твердих тіл навколо їх осей симетрії. Тут P_i і Q_i відповідно коефіцієнти постійних моментів в інерціальній і неінерціальній системах відліку, а k – коефіцієнт пружного відновлюючого моменту.

Характеристичне рівняння для збуреного руху невольної та вільної систем можуть бути записані у вигляді

$$a_4 \lambda^4 + (a_3 + ib_3) \lambda^3 + (\tilde{a}_2 + ib_2) \lambda^2 + (\tilde{a}_1 + ib_1) \lambda + a_0 + ib_0 = 0. \quad (2)$$

Необхідні і достатні умови існування асимптотично стійких рішень (1) полягають у тому, щоб матриці сьомого порядку, складені з коефіцієнтів многочленів (2) були інваріантно-позитивними, тобто, щоб були позитивно визначені матриці Δ_1 , Δ_3 , Δ_5 і Δ_7 . Асимптотична стійкість рівномірних

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2020»,
26–28 травня 2020 р., Львів**

обертань в середовищі з опором двох пружно зв'язаних гіроскопів Лагранжа визначається трьома нерівностями $|\Delta_j| > 0$ ($j = 3, 5, 7$). Проведено аналітичні дослідження цих нерівностей для ряду окремих випадків, які мають і самостійний науковий інтерес, це випадки: $P_i = 0$, $Q_i \neq 0$ і навпаки, непружний сферичний шарнір ($k = 0$), циліндричний шарнір ($k = \infty$) і універсальний пружний шарнір (шарнір Гука) ($k \neq 0$, $\omega_{01} = \omega_{02} = \omega$). Оцінено вплив жорсткості шарніра на умови асимптотичної стійкості. Показано, що при досить великій жорсткості шарніра умови стійкості визначаються тільки однією нерівністю, яка збігається з нерівністю, що отримана для циліндричного шарніра, а при $\omega_{01} = \omega_{02}$ ця нерівність збігається з нерівністю роботи [1].

Дослідження виконані в рамках програми фундаментальних досліджень Міністерства освіти і науки, проект № 0119U100042.

1. *Карпетян А. В.* О стационарных движениях влияния волчка Лагранжа с возбуждением в сопротивляющейся среде // Вестн. Моск. ун-та. Сер.1, Математика, Механика. – 2000. – №5. – С. 39–43.
2. *Кононов Ю. М., Святенко Я. І.* Вплив дисипативного і постійного моментів на стійкість рівномірного обертання двох пружно зв'язаних вільних гіроскопів Лагранжа // Праці Інституту прикладної математики і механіки НАН України. – 2019. – Т. 33 – С. 130–138.

**ON THE STABILITY OF UNIFORM ROTATIONS IN THE
ENVIRONMENT WITH THE RESISTANCE OF TWO
ELASTICALLY CONNECTED LAGRANGE HYROSCOPES**

Based on the inner approach, the conditions for the asymptotic stability of uniform rotations in a medium with the resistance of two dynamically symmetric rigid bodies are obtained and investigated. Rigid bodies are connected by an elastic restoring spherical joint. The cases of rotation of a non-free system (there is a fixed point) and the case of a free system (inertial motion) are considered. Rigid bodies are affected by gravity (non-free system), a dissipative moment modeling a medium with resistance, a constant moment in an inertial reference frame, and a constant moment in a non-inertial system associated with a rigid body.