

## ДОСЛІДЖЕННЯ РОЗПОДІЛІВ НАПРУЖЕНЬ ВСЕРЕДИНИ ДВОХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ТІЛ В УМОВАХ КОНТАКТУ З ЧАСТКОВИМ ПРОКОВЗУВАННЯМ

Тарас Клімчук

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, tarasyniv@ukr.net

**Постановка задачі.** Розглядаються два пружні циліндри з радіусами  $R_1$  і  $R_2$  та однаковими пружними сталими ( $G$  – модуль зсуву,  $\nu$  – коефіцієнт Пуассона), які попередньо дотикаються вздовж спільної твірної (рис. 1 а). Спочатку циліндри стискаються рівномірно розподіленими уздовж осьової координати нормальними силами інтенсивності  $P$  з утворенням області контакту  $-a \leq x \leq a$  (рис. 1 б). Після цього до циліндрів прикладаються рівномірно розподілені дотичні сили інтенсивності  $Q$ , перпендикулярні до твірної (рис. 1 в). Під впливом тертя всередині області контакту виникає зона зчеплення  $-c \leq x \leq c$ , а по краях – зони проковзування  $-a \leq x < -c$ ,  $c < x \leq a$ . У зоні зчеплення граничні точки циліндрів мають однакові тангенціальні переміщення, а у зонах проковзування дотичні та нормальні напруження підпорядковані закону тертя Амонтона. Циліндри знаходяться в стані плоскої деформації. Завдяки припущенню про мализну області контакту ( $a \ll R_1, R_2$ ) задача формулюється для двох пружних півплощин, а поверхні тіл поблизу області контакту апроксимуються параболічними циліндрами  $y = x^2/(2R_1)$ ,  $y = -x^2/(2R_2)$ .

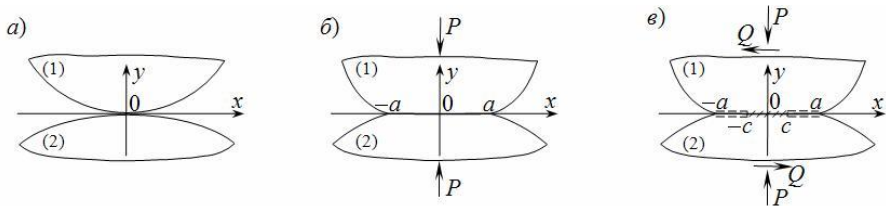


Рис. 1. Схема задачі

Вперше таку задачу було розв'язано Каттанео [1] та Міндліном [2] незалежно одним від одного. Тому контакт з частковим проковзуванням пружних тіл з однакового матеріалу зазвичай називають задачею Каттанео – Міндліна [3]. Також розглядається задача Каттанео – Міндліна для <http://www.iapmm.lviv.ua/chyt2020>

## Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2020», 26–28 травня 2020 р., Львів

некругових циліндрів у випадку, коли їх попередній дотик уздовж спільної твірної має вищий порядок. Для цього випадку поверхні тіл поблизу області контакту задаються рівняннями  $y = B_1 |x|^n$ ,  $y = -B_2 |x|^n$  ( $B_1 > 0$ ,  $B_2 > 0$ ;  $n = 2, 3, \dots$ ). Для  $n = 2$  маємо класичну постановку задачі Каттанео – Міндліна для кругових циліндрів.

Авторами статей [1, 2] було знайдено розподіли дотичних напружень в області контакту. Подальше узагальнення задачі Каттанео – Міндліна на випадки дотику вищого порядку, декількох областей контакту та періодичної задачі проведено в роботах [4-6]. Розподіли напружень всередині контактуючих тіл у цих роботах не вивчалися.

**Висновки.** За допомогою числового аналізу отриманих розподілів напружень у задачі Каттанео – Міндліна встановлено, що точка, у якій максимальні дотичні напруження досягають свого найбільшого значення, для коефіцієнта тертя  $\mu_0 < 0.25$  знаходиться всередині кожного з контактуючих пружних тіл, а при збільшенні коефіцієнта тертя і зсувного навантаження поступово виходить на межу тіла в область контакту. У випадку дотику вищого порядку ця точка зміщується ближче до дальнього краю ( $x = a$ ) області контакту; водночас поблизу ближнього краю ( $x = -a$ ) області контакту спостерігається локальне підвищення напружень.

1. Cattaneo C. Sul contatto di due corpi elastici: distribuzione locale degli sforzi // *Rendiconti dell' Accademia nazionale dei Lincei.* – 1938. – 27. – P. 474 – 478.
2. Mindlin R. D. Compliance of elastic bodies in contact // *Trans. ASME, Series E, J. Appl. Mech.* – 1949. – 16. – P. 259 – 268.
3. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. – Москва: Мир, 1989. – 510 с.
4. Ciavarella M. The generalized Cattaneo partial slip plane contact problem. II – Examples // *International J. of Solids and Structures.* – 1998. – 35. – P. 2363 – 2378.
5. Block J. M., Keer L. M. Periodic contact problems in plane elasticity // *Journal of Mechanics of Materials and Structures.* – 2008. – 3. – P. 1207 – 1237.
6. Papangelo A., Ciavarella M. Cattaneo – Mindlin plane problem with Griffith friction // *Wear.* – 2015. – 342. – P. 398 – 407.

### INVESTIGATION OF STRESS DISTRIBUTIONS INSIDE TWO CYLINDRICAL BODIES IN PARTIAL SLIP CONTACT

*Two-dimensional Cattaneo – Mindlin problem on a partial slip contact between two elastic bodies of the same material is considered in classical statement for circular cylinders as well as in more general statement for non-circular cylinders with higher order of touch. Stress distributions are found both in the contact area and inside the bodies. The question of how the friction affects a formation of stick zone in the contact area and distribution of maximum tangential stress within the bodies is investigated. Location of the point with largest value of maximum tangential stress is established.*