

ЧИСЛОВИЙ АНАЛІЗ ХВИЛЬОВОГО РІВНЯННЯ РЕЛЕЯ ДЛЯ АЛЮМІНІЮ

Олена Хотенко, Ірина Хотенко

Інститут механіки ім.С.П.Тимошенка НАНУ, h.khotenko@gmail.com

В даній роботі розглянуто плоску задачу про поширення квадратично нелінійної пружної хвилі Релея в класичній постановці. Було отримано квадратично нелінійні хвильові рівняння для варіантів загальної, геометричної та фізичної нелінійностей для випадків нехтування та врахування нелінійного перехресного впливу переміщень та потенціалів [1-3]. Внаслідок нехтування геометричною нелінійністю деформування та врахування лише фізичної нелінійності гранична поверхня може вважатися незмінною, тобто площиною (в даному випадку – прямою лінією $x_3 = 0$).

Граничні умови в загальному вигляді

$$t_{ik}n_k = 0 \text{ або } t_{11}n_1 + t_{13}n_3 = 0; t_{31}n_1 + t_{33}n_3 = 0; \quad (1)$$

Компоненти вектора-нормалі до поверхні

$$n_1 = \left(ikE / \sqrt{1+k^2E^2} \right); n_3 = \left(1 / \sqrt{1+k^2E^2} \right).$$

У випадку фізичної нелінійності $n_1 = 0$, $n_3 = 1$ і граничні умови спрощуються

$$t_{13}(x_1, 0, t) = 0; t_{33}(x_1, 0, t) = 0. \quad (2)$$

Граничні умови набувають вигляд

$$l_1(k_{in})A_{\varphi}^{(1)} + l_2(k_{in})A_{\psi}^{(1)} = 0; l_3(k_{in})A_{\varphi}^{(1)} + l_4(k_{in})A_{\psi}^{(1)} = 0; \quad (3)$$

де

$$l_1 = 2\mu k_{in}^2 - (\lambda + 2\mu)(k_L)^2; l_2 = 2\mu i k_{in} \sqrt{k_{in}^2 - k_T^2};$$

$$l_3 = -2i\mu k_{in} \sqrt{k_{in}^2 - k_L^2}; l_4 = \mu(2k_{in}^2 - k_T^2).$$

Хвильове число (або фазову швидкість) хвилі Релея знаходимо з умови розв'язності системи (3), тобто рівності детермінанту лінійної системи однорідних алгебраїчних рівнянь нулеві

$$l_1 l_4 - l_2 l_3 = 0 \text{ або } (2k^2 - k_T^2)^2 + 4k^2 \sqrt{k^2 - k_L^2} \sqrt{k^2 - k_T^2} = 0. \quad (4)$$

В дещо перетвореному вигляді, рівняння (4) називають рівнянням Релея.

Отримане нелінійне рівняння для визначення швидкості хвилі, рівняння Релея, свідчить про явну залежність швидкості хвилі від її початкової амплітуди.

Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2020», 26–28 травня 2020 р., Львів

В дослідженні проведено комп'ютерне моделювання та числовий аналіз рівняння для алюмінію. Розв'язок рівняння Релея знайдено у лінійному наближенні.

Досліджувалося відхилення швидкості хвилі Релея від її загальноприйнятого значення, що визначається за формулою Вікторова – c_R . Задача є багато параметричною, тому при числовому аналізі було обрано метод, коли фіксувалися значення частоти ω та фази $k_R x - \omega t$ і сканувалося значення початкової амплітуди A_φ .

Визначено значення початкової амплітуди та відповідної їй частоти, при яких вплив нелінійності стає помітним. Для частоти $\omega = 1 \text{ кГц}$ та заданого значення похибки Δ , визначили значення початкової амплітуди A_φ , що не суперечить припущенню про малу нелінійність, але є приграничним значенням. Для алюмінію $c_{lin} = 2947 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $c_R = 2958 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $\Delta = 0,0001$, $A_\varphi = 2,89 \cdot 10^{-4} \text{ м}$.

1. Руцицкий Я.Я., Хотенко Е.А. О волне Рэлея в квадратично нелинейном упругом материале (модель Мурнагана) // Прикладная механика – 2011. – 47, N 3. – с.50-58.
2. Руцицкий Я.Я., Хотенко О.О. Наближені розв'язки нелінійних хвильових рівнянь, що описують пружні поверхневі хвилі Релея // Доповіді НАН України. – 2012. - №1. – С.64-69.
3. Хотенко О.О. До теорії квадратично нелінійних хвиль Релея: дис. кандидата фіз.-мат. наук : 01.02.04 / Хотенко Олена Олександрівна. – Київ, 2014. – 185 с.

NUMERICAL ANALYSIS OF NONLINEAR RAYLEIGH EQUATION FOR ALUMINIUM

The plane problem of the quadratically nonlinear elastic Rayleigh wave propagation in classical statement is studied. Constitutive relations correspond to the nonlinear Murnaghan potential. The nonlinear Rayleigh equation is studied for aluminium. Values of initial amplitude and corresponding frequency were found to determine the point where the influence of nonlinearity becomes visible.