

ВИЗНАЧЕННЯ НЕВІДОМИХ ПАРАМЕТРІВ У ПАРАБОЛІЧНОМУ РІВНЯННІ З ВИРОДЖЕННЯМ

Оксана Бродяк, Надія Гузик, Оксана Петрученко

Національна академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного,
brodyakoksana1976@gmail.com, hryntsiv@ukr.net, voksanietko@gmail.com

У прямокутній області з відомими межами $Q_T = \{(x, t): 0 < x < h, 0 < t < T\}$ розглядається обернена задача визначення залежних від часу коефіцієнтів $b_1(t), b_2(t)$ у параболічному рівнянні

$$u_t = t^\beta u_{xx} + (b_1(t)x + b_2(t))u_x + c(x, t)u + f(x, t) \quad (1)$$

з початковою умовою

$$u(x, 0) = \varphi(x), 0 \leq x \leq h, \quad (2)$$

крайовими умовами Діріхле

$$u(0, t) = \mu_1(t), u(h, t) = \mu_2(t), 0 \leq t \leq T \quad (3)$$

та інтегральними умовами перевизначення

$$\int_0^h u(x, t) dx = \mu_3(t), 0 \leq t \leq T, \quad (4)$$

$$\int_0^h xu(x, t) dx = \mu_4(t), 0 \leq t \leq T. \quad (5)$$

Досліджується випадок слабого степеневого виродження, коли $0 < \beta < 1$.

Застосовуючи теорему Шаудера про нерухому точку цілком неперервного оператора встановлено умови існування класичного розв'язку $(b_1(t), b_2(t), u(x, t))$ задачі (1)-(5). Доведення єдиності базується на властивостях розв'язків систем однорідних інтегральних рівнянь Вольтерра другого роду з ядрами, що мають інтегровні особливості. Зауважимо, що, як в існуванні, при зведенні оберненої задачі до операторного рівняння, так і в єдиності, при отриманні інтегральних рівнянь, використовується апарат функцій Гріна крайових задач для параболічних рівнянь.

DETERMINATION OF UNKNOWN PARAMETERS IN DEGENERATE PARABOLIC EQUATION

In the rectangle with fixed boundary it is considered an inverse problem of identification of the time-dependent parameters in the degenerate parabolic equation with Dirichlet boundary and integral overdetermination conditions. The conditions of existence and uniqueness of the classical solution to the named problem is established in the case of weak power degeneration. For this aim the Green functions for the initial-boundary value problems for the parabolic equation is used and the Schauder fixed point theorem and properties of the solutions of the homogeneous integral Volterra equations are applied.